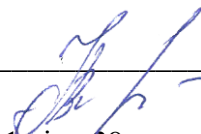


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**ЦЕНТРАЛЬНОУКРАЇНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ВОЛОДИМИРА ВИННИЧЕНКА**

Кафедра природничих наук та методик їхнього навчання

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Завідувач кафедри**



(Протокол 1 від «29» серпня 2019 року)

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**ПП 2.14.01 ТЕОРЕТИЧНА ФІЗИКА: МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ФІЗИКИ**

(шифр і назва навчальної дисципліни)

галузь 01 Освіта/Педагогіка  
(шифр галузі і назва галузі знань)

спеціальність 014 Середня освіта (за предметними спеціальностями)  
(код і назва спеціальності)

предметна спеціальність 014.15 Середня освіта (Природничі науки)  
(шифр і назва спеціальності (предметної спеціальності))

освітня програма Середня освіта (Природничі науки)  
(назва освітньої програми)

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)  
(назва рівня вищої освіти)

факультет природничо-географічний  
(назва інституту, факультету, відділення)

форма здобуття освіти денна  
(денна, заочна)

2019–2020 навчальний рік

Робоча програма з теоретичної фізики: математичні методи фізики для студентів спеціальності 014 «Середня освіта (Природничі науки)» освітня програма «Середня освіта (Природничі науки)» на першому (бакалаврському) рівні вищої освіти

Розробник: Подопригора Наталія Володимирівна, завідувач кафедри природничих наук та методик їхнього навчання, доктор педагогічних наук, доцент

---

---

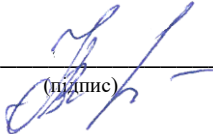
---

(вказати авторів, їхні посади, наукові ступені та вчені звання)

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри природничих наук та методик їхнього навчання

Протокол № 1 від 29 серпня 2019 року

Завідувач кафедри природничих наук та методики їхнього навчання

  
(підпис) / Подопригора Н.В.  
(прізвище та ініціали)

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів (ECTS) – 3	Галузь знань 01 Освіта/Педагогіка	Нормативна
Модулів – 1	Спеціальність 014 «Середня освіта (Природничі науки)	<b>Рік підготовки:</b>
Змістових модулів – 2		2-й
Індивідуальне науково-дослідне завдання _____ (назва)		<b>Семестр</b>
Загальна кількість годин – <b>90</b> <b>36/54</b> (аудиторна/самостійна)		3-й
Кількість навчальних тижнів – <b>17</b>  Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – <b>2</b> ; самостійної роботи студента – <b>3</b>	Другий (магістерський) рівень вищої освіти	<b>18 год.</b>
		<b>Практичні, семінарські</b>
		<b>18 год.</b>
		<b>Самостійна робота/консультації</b>
		<b>54 (47/7) год.</b>
		<b>Індивідуальні завдання:</b> 0 год.
		Вид контролю: 1-й семестр – <b>залік</b>

### Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної роботи становить:

для денної форми навчання – 40% / 60%

## 2. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**2.1. Мета дисципліни** «Теоретична фізика: математичні методи фізики» визначається метою освітньо-професійної програми (ОПП) підготовки бакалаврів спеціальності 014 «Середня освіта (Природничі науки)», що сприяє формуванню інтегрованої динамічної комбінації знань і умінь для вивчення студентами теоретичних та методологічних засад теоретичної фізики відповідно до структури предметної (спеціальної фахової) компетентності з теоретичної фізики. Теоретична фізика, як навчальна дисципліна, згідно робочого навчального плану підготовки бакалаврів спеціальності 014 «Середня освіта (Природничі науки)» (2019–2020 н.р.), розробленого для студентів, які вступали на навчання на основі повної загальної середньої освіти, є нормативною дисципліною циклу професійної підготовки майбутніх учителів природничих наук, фізики, хімії, біології основної школи. Структурована система знань, розумінь, умінь, здатностей та інших компетенцій з дисципліни забезпечує формування відповідної предметної (спеціальної фахової) компетентності – **математичної компетентності з фізики (МКФ)** в структурі професійної компетентності майбутніх фахівців, їхню теоретичну і практичну підготовку, сприяючи формуванню цілісного бачення світу, виробленню наукового підходу до аналізу проблем оточуючого світу; теоретичного та критичного мислення під час тлумачення фізичних явищ та процесів засобами математичного моделювання. Під час викладання дисципліни звертати особливу увагу на те, що процес формування **МКФ** передбачає забезпечення **готовності і здатності** студентів до математичного моделювання фізичних систем, явищ або процесів у фізичній системі з погляду законів або принципів фізики в межах існуючих теоретичних схем у навчальній та професійній діяльності, що сприятиме формуванню та розвитку загальних та спеціальних фахових компетентностей у подальшій освітній діяльності студентів, зокрема, щодо розуміння цілісної математичної бази до вивчення курсу теоретичної фізики, здатності до якісного обговорення проблем і завдань при вивченні деяких теоретичних математичних методів дослідження фізичних явищ і процесів. У процесі організації освітньої діяльності студентів орієнтуватись, перш за все, на кінцевий результат, визначаючи основні його цілі, – навчальну, дидактичну, розвивальну і виховну для забезпечення діагностично поставленої мети, а також, враховуючи можливість управління освітньою діяльністю студентів, щодо формування основних складників МКФ (когнітивного, діяльнісного та особистісного).

**2.2. Завдання вивчення дисципліни:** Розглянути ряд фізичних систем, явищ і процесів, що вивчались у шкільному курсі фізики та вивчаються в курсі загальної фізики, використовуючи методи математичного моделювання, створюючи у студентів цілісне уявлення про науковий підхід у дослідженні природи за допомогою математичних методів фізики.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми в студента мають бути сформовані такі *компетентності*:

**Інтегральна компетентність** – здатність розв’язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми в галузі середньої освіти, що передбачає застосування теорій та методів освітніх наук та природничих наук, фізики, хімії, біології і характеризується комплексністю та невизначеністю педагогічних умов організації освітнього процесу в закладах загальної середньої освіти;

**Загальні компетентності:**

– знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності;

– здатність діяти на основі етичних міркувань (мотивів);

– здатність діяти соціально відповідально та свідомо;

– здатність працювати в команді;

– здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел;

– здатність застосовувати набуті знання в практичних ситуаціях;

– здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями;

– здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово;

– здатність до адаптації та дії в новій ситуації.

**Предметна (спеціальна фахова) компетентність – математична компетентність з фізики**, з поміж структурних складників якої нами виділено:

**Когнітивний компонент** – знання з предметної галузі:

- знання про предмет дослідження математичної фізики і її основні завдання на рівні математична теорія поля та теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних та новітні розділи математичної фізики, про її прикладне значення для галузі теоретичної фізики;

- знання елементів теорії на рівні математичної теорії поля про математичні моделі: *скалярного, векторного і тензорного полів*;

- володіння апаратом математичної теорії поля з: аналітичного й інваріантного представлення *скалярного, векторного і тензорного полів*; узагальнення цих правил у принципах суперпозицій фізичних полів; наочного (графічне) представлення скалярного і векторного полів, принципів суперпозиції тощо;

- володіння якісним аналізом графічних ліній скалярного і векторного полів на прикладному рівні математичного моделювання фізичних процесів;

- знання про *інваріанти* векторного і тензорного поля у тривимірному просторі, про головні напрямки тензора;

- володіння апаратом математичної теорії поля до пошуку інваріантів у процесі математичного моделювання фізичних процесів щодо узгодженості із принципом інваріантності у змісті фізичних теорій;

- володіння апаратом математичної теорії поля *щодо узагальнення* елементів знань у: аналітичній і інваріантній формах представлення диференціальних і інтегральних характеристик поля – градієнта скалярного поля; дивергенції, ротора, потоку, циркуляції векторного поля, обґрунтування їх фізичного змісту на засадах теорем Гауса і Стокса тощо;

- знання про декартову, циліндричну і сферичну системи координат, коефіцієнти Ламе та їх значення у прикладній галузі з фізики;

- *володіння* апаратом математичної теорії поля щодо обрахунку коефіцієнтів Ламе в декартовій, циліндричній та сферичній системах координат; диференціальних операції першого порядку у криволінійних координатах: градієнт, дивергенція, ротор;

- *знання* диференціальних і інтегральних форм теорем Гауса і Стокса у декартовій, циліндричній та сферичній системах координат;

- *володіння* апаратом математичної теорії поля щодо: обрахунку диференціальних операцій другого порядку через представлення основних операторів (Гамільтона, Лапласа, Д'аламбера) лінійної алгебри та їх представлення у декартовій, циліндричній і сферичній системах координат; отримання формул Гріна та їх застосування під час математичного моделювання фізичних процесів тощо;

- *володіння* апаратом теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних першого порядку, вміння його застосовувати до математичного моделювання фізичних процесів: класичної механіки, класичної і квантової електродинаміки, термодинаміки і статистичної фізики;

- *знання* про інваріантність змісту *рівняння неперервності* на рівні класичної і квантової електродинаміки як найбільш загальної форми представлення закону збереження електричного заряду;

- *знання* елементів теорії на рівні теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних щодо класифікації лінійних рівнянь у часткових похідних другого порядку;

- *володіння* апаратом теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних другого порядку щодо отримання канонічних форм представлення рівнянь: гіперболічного, параболічного і еліптичного типів та до математичного моделювання фізичних процесів, що приводять до цих типів рівнянь;

- *знання* про: умови постановки задачі поперечних коливань струни та уніфікаційну властивість хвильового рівняння для будь-якого хвильового процесу класичної і квантової фізики; *вміння* складати хвильове рівняння як математичну модель таких коливань; *вміння* знаходити загальний і частинний розв'язки хвильового рівняння для випадків коливання струни: нескінченної довжини за методом Д'аламбера; скінченної довжини за метод Фур'є, як окремого випадку задачі Коші; *знання* про стоячі плоскі і сферичні хвилі тощо.

- *знання* про: умови постановки задачі з перенесення тепла в однорідному середовищі, зокрема у довгому тонкому стержні: вміння шукати його загальний розв'язок методом відокремлення змінних для рівнянь параболічного типу; *знання* про фізичний зміст функції джерела;

- *знання* про: умови постановки фізичних задач, що приводять до рівнянь еліптичного типу та приклади задач що приводять до *рівняння Лапласа*, зокрема стаціонарне теплове поле та постановку крайових задач про: потенціальний рух рідини; потенціал стаціонарного струму; потенціал електростатичного поля електростатичних зарядів; а також рівняння Лапласа у криволінійній системі координат, зокрема рівняння Лапласа у сферичній системі координат на рівні: рівняння Лежандра, *вміння* шукати його розв'язок у вигляді поліномів Лежандра, сферичних і кульових функції на прикладному рівні квантової механіки щодо

визначення власних функцій та власних значень оператора орбітального моменту імпульсу для електрона у моделі атому гідрогену; поліномів Лагерра-Чебишева для радіальної складової хвильової функції моделі атому гідрогену; *знання* про умови постановки задачі для квантового гармонічного осциляторів, *вміння* шукати його розв'язок у вигляді поліномів Ерміта; *знання* про рекурентні співвідношень та їх значення для визначення експериментально спостережуваних квантових станів систем: енергії, імпульсу, орбітального моменту імпульсу тощо; *вміння* наводити приклади фізичних задач що приводять до *рівняння Пуассона* та шукати його загальних розв'язок на засадах формул Гріна у класичній електродинаміці;

**Діяльнісний компонент** – *уміння і навички з досвіду освітньої діяльності з курсу, досвіду прояву як:*

- *здатність* застосовувати математичне моделювання до розв'язування навчальних задач курсу;

- *уміння* характеризувати і аналізувати математичні моделі фізики за узагальненими планами з погляду законів фізики та у межах існуючих теоретичних схем;

- *уміння систематизувати* навчальний матеріал та *володіння навичками* узагальнювального характеру щодо наслідків теоретичного аналізу математичних моделей теоретичної фізики;

- *уміння* співставляти результати теоретичного аналізу математичної моделі із можливими умовами її експериментальної перевірки щодо узгодженості із законами фізики та у межах існуючих теоретичних схем;

- *уміння* розв'язувати диференціальні рівняння математичної фізики за допомогою навчальних прикладних програмних засобів;

- *уміння* бачити цілісність поставленої навчальної фізичної задачі з метою відшукування раціонального методу її розв'язку.

**Особистісний компонент** – *мотиви, емоції, цінності, особистісне ставлення, навички самоорганізації, рефлексія:*

- *мотиви* освітньо-пізнавальної діяльності (пізнавальний інтерес до фізики);

- *рефлексивність* – *здатність* здійснювати самоконтроль, самооцінку і самоаналіз процесу навчально-пізнавальної діяльності з фізики та її результатів: *уміння* визначати цілі і завдання власної навчальної діяльності та забезпечувати їх ефективне і безпечне виконання; *здатність* організовувати власну навчальну діяльність як складову колективної роботи; *уміння* формувати орієнтовний план власних дій в умовах навчальної або професійної діяльності на основі усвідомлення мети роботи та її структури;

- *цінності* (здоров'я, знання як цінність) *здатність* діагностувати власні стани та почуття з метою забезпечення ефективної та безпечної діяльності, ставлення до предмета, усвідомлення значення знань з математичних методів фізики для розвитку науки;

- *здатність* до порівняння, узагальнення, абстрагування, аналізу, синтезу, класифікації, систематизації, алгоритмізації і ін. мисленневих операцій;

- *здатність* до спостереження, аналогії, індукції, дедукції, теоретичного і критичного мислення;

- здатність аналізувати і реферувати наукову інформацію щодо виконання дослідницьких навчальних завдань, курсових, дипломних і магістерських робіт у навчальній діяльності;

- уміння застосовувати комунікативні компетенції з метою ефективного виконання навчальних і професійних завдань з використанням засобів і методів усного спілкування, комунікативних прийомів тощо.

#### **1.4. Програмними результатами навчання є:**

##### **Знання:**

- демонструє знання та розуміння математичних методів фізики засобами математичного моделювання;

- знає і розуміє математичні методи фізики, що є основою вивчення курсу теоретичної фізики;

##### **Уміння:**

- аналізує фізичні явища і процеси, оперує базовими закономірностями природи на рівні сформованої природничо-наукової компетентності з погляду математичної фізики, її теоретичних основ, а також на основі відповідних математичних методів;

- розв'язує задачі різних рівнів складності курсу математичних методів фізики (математична теорія поля, а визначених програмою фізичних задач на складання та розв'язування диференціальних рівнянь у часткових похідних другого порядку);

- користується математичним апаратом фізики, використання математичних та числових методів, які часто застосовуються в теоретичній фізиці;

- самостійно вивчає нові питання математичної фізики за різноманітними інформаційними джерелами.

##### **Комунікація:**

- володіє основами професійної мовленнєвої культури при вивченні математичних методів фізики.

##### **Автономія і відповідальність:**

- усвідомлює соціальну значущість майбутньої професії, сформованість мотивації до здійснення професійної діяльності.

**2.3. Міждисциплінарні зв'язки:** Дисципліна «Теоретична фізика: математичні методи фізики» вивчається у тісному дидактичному зв'язку із дисциплінами циклу професійної підготовки (загальна фізика, методика навчання фізики та природничих наук), засвоєння яких необхідно майбутнім учителям фізики та природничих наук для професійної та подальшої освітньої діяльності.

Дисципліна є часткою трисеместрового курсу теоретичної фізики («Математичні методи фізики», «Теоретична механіка», «Електродинаміка й основи спеціальної теорії відносності»), охоплює достатню кількість засобів і прийомів математичної фізики. Набутий студентами на цей час багаж знань з курсу загальної фізики дозволяють знайомити студентів з сучасними математичними методами дослідження фізичних систем, явищ та процесів, які протікають у фізичній системі на якісному та кількісному рівнях. Здатність студентів застосовувати знання та вміння сформовані під час вивчення



математичних методів фізики в подальшому є основою для вивчення інших розділів теоретичної фізики: теоретична механіка, електродинаміка й основи спеціальної теорії відносності, квантова механіка, термодинаміка і статистична термодинаміка тощо.

### 3. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

#### МОДУЛЬ 1. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ФІЗИКИ

##### Змістовий модуль 1. Математична теорія поля

**Тема 1. Вступ: Предмет математичної фізики.** Основне завдання математичної фізики. Способи вивчення математичних полів: математична теорія поля та теорія диференціальних рівнянь у часткових похідних. *Історія розвитку математичної фізики.*

**Тема 2. Математичні методи теорії поля: Скалярні поля і моделі фізичних систем.** Скалярне поле. Похідна скалярного поля за напрямком. Лінії рівня. Градієнт скалярного поля. Векторне поле градієнта. *Моделі фізичних систем скалярних полів.*

**Тема 3. Математичні методи теорії поля: Векторні поля.** Аналітичне означення вектора. Векторні поля і їх диференціальна характеристика. *Приклади фізичних задач: Відшукання густини середовища. Стаціонарне поле швидкостей.*

**Тема 4. Тензори та їх властивості.** Тензорна алгебра ортогональних афінних векторів II рангу: найбільш прості типи тензорів (нульовий, одиничний, симетричний, антисиметричний тензори, діада); сума двох тензорів; добуток тензора на число; лінійна комбінація двох тензорів; скалярний добуток тензора на вектор справа; скалярний добуток тензора на вектор зліва; скалярний добуток двох тензорів. *Головні напрямки тензора. Інваріанти.*

**Тема 5. Ортогональні вектори і тензори в тривимірному і багатовимірному евклідовому просторах.** *Вектори і тензори в n-вимірному просторі. Тензор деформації. Тензор напруг. Тензор інерції.*

**Тема 6. Векторне поле і дивергенція векторного поля.** Потік вектора. Дивергенція векторного поля (інваріантне та аналітичне означення). Оператор набла. Фізичний зміст дивергенції векторного поля. Теорема Гауса (*доведення*). *Приклади розрахунку дивергенції плоских векторних полів.*

**Тема 7. Ротор векторного поля.** Циркуляція векторного поля по замкненому контуру. Вихор вектора навколо певного напрямку в даній точці. Ротор векторного поля (інваріантне та аналітичне означення). Теорема Стокса про циркуляцію змінного вектора вздовж довільного замкненого контура (*доведення*).

**Тема 8. Криволінійні координати.** Приклади криволінійних систем координат: циліндрична; сферична. Коефіцієнти Ламе. Значення коефіцієнтів Ламе в декартовій, циліндричній та сферичній системі координат. Основні диференціальні операції в криволінійних координатах: градієнт, дивергенція, ротор.

**Тема 9. Оператор Гамільтона.** *Диференціальні операції другого порядку. Формули Гріна.*

## **Змістовий модуль 2. Математичні рівняння фізики**

**Тема 1. Класифікація лінійних рівнянь.** Класифікація лінійних рівнянь у частинних похідних II порядку та їх зведення до канонічного вигляду. Канонічні форми лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Фізичні задачі, які приводять до рівнянь в частинних похідних. Приклади фізичних задач, що приводять до лінійних рівнянь. *Класифікація рівнянь другого порядку з багатьма незалежними змінними. Нелінійні рівняння математичної фізики. Поняття про інтегральні рівняння у фізиці.*

**Тема 2. Рівняння гіперболічного типу.** Найпростіші фізичні задачі, що приводять до рівнянь гіперболічного типу – коливання струни. Коливання струни. Поперечні коливання струни і хвильове рівняння. Коливання струни нескінченної довжини. Метод Д'аламбера. Окремий випадок задачі Коші. *Коливання струни скінченної довжини. Метод Фур'є (метод відокремлення змінних). Загальний розв'язок хвильового рівняння. Стоячі хвилі. Плоскі і сферичні хвилі.*

**Тема 3. Рівняння параболічного типу.** Рівняння теплопровідності, його окремі випадки. Метод відокремлення змінних для рівнянь параболічного типу. *Функція джерела. Рівняння теплопровідності для довгого тонкого стержня, загальний розв'язок.*

**Тема 4. Рівняння еліптичного типу.** Задачі, що приводять до рівняння Лапласа. Рівняння Лапласа в криволінійній системі координат. Рівняння Лапласа в сферичних та циліндричних координатах. Відтворювальна функція і поліноми Лежандра. Формула Родріга. Рекурентні співвідношення. Рівняння Лежандра. Розв'язування рівняння Лежандра. Сферичні і кульові функції. Поліноми Лагерра. Метод функцій Гріна. Рівняння Пуассона для електростатичного потенціалу та його загальний розв'язок. *Задача про одновимірний гармонічний осцилятор.*

**Примітки:** курсивом виділені питання програми, які виносяться на самостійне опрацювання.

#### 4. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин (денна форма)				
	усього	у тому числі			
		лекції	пр	інд	сп/конс
<b>Модуль 1. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ФІЗИКИ</b>					
<b>Змістовий модуль 1. Основні поняття і закони класичної механіки. Кінематика</b>					
Тема 1. Вступ. Предмет математичної фізики	2	1	-	-	1
Тема 2. Скалярні поля	7	1	2	-	4
Тема 3. Векторні поля	3	1	-	-	1
Тема 4. Тензори та їх властивості	4	2	-	-	2
Тема 5. Ортогональні вектори і тензори в тривимірному і багатовимірному просторі	2	-	-	-	2
Тема 6. Дивергенція векторного поля	12	2	4	-	6
Тема 7. Ротор векторного поля	15	2	6	-	7
Тема 8. Криволінійні координати	15	2	6	-	7
Тема 9. Оператор Гамільтона	3	1	-	-	2
<i>Колоквіум № 1 з математичної теорії поля</i>	1	-	-	-	-/1
<i>Модульна контрольна робота №1 з математичної теорії поля</i>	1	-	-	-	-/1
<b>Усього за змістовим модулем 1</b>	<b>64</b>	<b>12</b>	<b>18</b>		<b>32/2</b>
<b>Змістовий модуль 2. Математичні рівняння фізики</b>					
Тема 1.Класифікація лінійних рівнянь	4	2	-	-	2
Тема 2.Рівняння гіперболічного типу	4	2	-	-	2
Тема 3.Рівняння параболічного типу	4	2	-	-	2
Тема 4.Рівняння еліптичного типу	4	-	-	-	4
<i>Колоквіум №2 з математичних рівнянь фізики</i>	1	-	-	-	-/1
<i>Модульна контрольна робота №2: з математичних рівнянь фізики</i>	1	-	-	-	-/1
<b>Усього за змістовим модулем 2</b>	<b>18</b>	<b>6</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>10/2</b>
<i>Захист домашніх та інд. задач</i>	<b>8</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>5/3</b>
<b>Усього годин</b>	<b>90</b>	<b>18</b>	<b>18</b>	<b>-</b>	<b>54 (47/7)</b>

#### 4. ТЕМИ СЕМІНАРСЬКИХ ЗАНЯТЬ (не передбачено)

## 5. ТЕМИ І ЗМІСТ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

### 5.1. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
<b>Модуль 1. Теоретична механіка</b>		
1.	Скалярне поле. Поверхні рівня. Градієнт	2
2.	Векторне поле. Векторні лінії поля. Дивергенція векторного поля	2
3.	Потік векторного поля. Формула Остроградського	2
4.	Ротор векторного поля	2
5.	Лінійний інтеграл і циркуляція векторного поля. Формула Стокса	4
6.	Похідна скалярного поля за напрямком у циліндричних та сферичних координатах	2
7.	Дивергенція і потік векторного поля в циліндричних і сферичних координатах	2
8.	Ротор і лінійний інтеграл векторного поля в циліндричних і сферичних координатах	2
<b>Усього, годин</b>		<b>18</b>

### 5.2. Зміст практичних занять

#### Змістовний модуль I. Математична теорія поля

Тема № 1. Скалярне поле. Поверхні рівня. Градієнт

2 год.

*Запитання для самоконтролю:*

1. Що називають скалярним полем?
2. Як задати аналітично скалярне поле на площині?
3. Що називають похідною скалярного поля за напрямком?
4. Що називають екіпотенціальною лінією?
5. Записати рівняння для екіпотенціальної лінії.
6. Дати інваріантне означення градієнта скалярного поля.
7. Дати аналітичне означення градієнта скалярної функції двох змінних.
8. Записати аналітичний вигляд оператора „набла” –  $\vec{\nabla}$ .
9. Що розуміють під векторним полем градієнта?

**Розв’язування задач:** за посібником: Подопрігора Н.В. Математичні методи фізики : навч. посібник / Н.В. Подопрігора, О.М. Трифонова, М.І. Садовий. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2012. – 300 с.

**В аудиторії:** №№ 1, 2, 3, 8, 10.

**Додому:** №№ 4, 5, 9, 12.

Тема № 2. Векторне поле. Векторні лінії поля. Дивергенція векторного поля 2 год.

*Запитання для самоконтролю:*

1. Дати геометричне означення вектора.

2. Дати аналітичне означення вектора.
3. Що називають векторним полем?
4. Дати означення похідної векторного поля за напрямом.
5. Що називають тензором?
6. Які напрямки тензора називають головними?
7. Що є інваріантами 3-х вимірного тензора?
8. Як задати тензор аналітично?
9. Що розуміють під векторною лінією поля?
10. Дати інваріантне означення дивергенції векторного поля.
11. Дати аналітичне означення дивергенції векторного поля.

**Розв'язування задач:** за посібником: Подопрігора Н.В. Математичні методи фізики : навч. посібник / Н.В. Подопрігора, О.М. Трифонова, М.І. Садовий. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2012. – 300 с.

**В аудиторії:** №№ 34, 35, 36, 39, 41, 48.

**Додому:** №№ 37, 38, 42, 46.

**Тема № 3. Потік векторного поля. Формула Остроградського** **2 год.**

*Запитання для самоконтролю:*

1. Що називають векторним полем?
2. Що називають потоком векторного поля через замкнену поверхню?
3. Сформулювати теорему Гауса про потік змінного вектора  $\vec{a}$  через довільну замкнену поверхню.
4. Дати інваріантне означення дивергенції векторного поля.
5. Дати аналітичне означення дивергенції векторного поля.

**Розв'язування задач:** за посібником: Подопрігора Н.В. Математичні методи фізики : навч. посібник / Н.В. Подопрігора, О.М. Трифонова, М.І. Садовий. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2012. – 300 с.

**В аудиторії:** №№ 50, 52, 53, 54.

**Додому:** №№ 51, 55, 57.

**Тема № 4. Ротор векторного поля** **2 год.**

*Запитання для самоконтролю:*

1. Що називають циркуляцією вектора по замкненому контуру?
2. Що називають вихром вектора навколо певного напрямку в даній точці?
3. Дати інваріантне означення ротора змінного вектора  $\vec{c}$ .
4. Дати аналітичне означення ротора змінного вектора  $\vec{c}$ .
5. Як визначається проекція ротора змінного вектора  $\vec{a}$  на який-небудь напрямок?

**Розв'язування задач:** за посібником: Подопрігора Н.В. Математичні методи фізики : навч. посібник / Н.В. Подопрігора, О.М. Трифонова, М.І. Садовий. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2012. – 300 с.

**В аудиторії:** №№ 73, 74 (а, б), 76.

**Додому:** №№ 74 (в, г, д), 75.

Тема № 5. Лінійний інтеграл і циркуляція векторного поля. Формула Стокса  
4 год.

*Запитання для самоконтролю:*

1. Що називають лінійним інтегралом векторного поля?
2. Що називають циркуляцією векторного поля?
3. Сформулювати теорему Стокса про циркуляцію змінного вектора  $\vec{a}$ .
4. Дати інваріантне означення ротора змінного вектора  $\vec{c}$ .
5. Дати аналітичне означення ротора змінного вектора  $\vec{c}$ .

**Розв'язування задач:** за посібником: Подопрігора Н.В. Математичні методи фізики : навч. посібник / Н.В. Подопрігора, О.М. Трифонова, М.І. Садовий. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2012. – 300 с.

**В аудиторії:** №№ 77, 79, 82, 83.

**Додому:** №№ 78, 81, 84.

Тема № 6. Похідна скалярного поля за напрямком у циліндричних та сферичних координатах  
2 год.

*Запитання для самоконтролю:*

1. Що називають криволінійними координатами?
2. Дати означення криволінійної координатної поверхні?
3. Що називають криволінійною координатною лінією?
4. Записати формули зв'язку декартової та циліндричної системи координат, виконати малюнок.
5. Записати рівняння координатних поверхонь у циліндричній системі координат.
6. Записати рівняння координатних ліній у циліндричній системі координат.
7. Записати формули зв'язку декартової та сферичної системи координат, виконати малюнок.
8. Записати рівняння координатних поверхонь у сферичній системі координат.
9. Записати рівняння координатних ліній у сферичній системі координат.
10. Дати означення коефіцієнтів Ламе.
11. Розрахувати коефіцієнти Ламе для декартової системи координат.
12. Розрахувати коефіцієнти Ламе для циліндричної системи координат.
13. Розрахувати коефіцієнти Ламе для сферичної системи координат.
14. Дати означення похідної скалярного поля у циліндричній системі координат.
15. Дати означення похідної скалярного поля у сферичній системі координат.
16. Дати означення градієнта скалярного поля у циліндричній системі координат.
17. Дати означення градієнта скалярного поля у сферичній системі координат.

**Розв'язування задач:** за посібником: Подопрігора Н.В. Математичні методи фізики : навч. посібник / Н.В. Подопрігора, О.М. Трифонова, М.І. Садовий. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2012. – 300 с.

**В аудиторії:** №№ 94 (а), 95 (а, б), 96 (а), 97 (а).

**Додому:** №№ 94(б), 96 (б), 97 (б).

Тема № 7. Дивергенція і потік векторного поля в циліндричних і сферичних координатах  
2 год.

*Запитання для самоконтролю:*

1. Дати інваріантне означення дивергенції векторного поля.

2. Дати означення потоку векторного поля у довільній криволінійній системі координат.
3. Дати означення потоку векторного поля у циліндричній системі координат.
4. Дати означення потоку векторного поля у сферичній системі координат.
5. Дати означення дивергенції векторного поля у довільній криволінійній системі координат.
6. Дати означення дивергенції векторного поля у циліндричній системі координат.
7. Дати означення дивергенції векторного поля у сферичній системі координат.

**Розв'язування задач:** за посібником: Подопрігора Н.В. Математичні методи фізики : навч. посібник / Н.В. Подопрігора, О.М. Трифонова, М.І. Садовий. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2012. – 300 с.

**В аудиторії:** №№ 99, 100, 102, 103.  
**Додому:** №№ 101, 104, 106.

**Тема № 8. Ротор і лінійний інтеграл векторного поля в циліндричних і сферичних координатах.** 2 год.

*Запитання для самоконтролю:*

1. Дати інваріантне означення ротора векторного поля.
2. Дати означення лінійного інтегралу векторного поля.
3. Дати означення лінійного інтегралу векторного поля у довільній криволінійній системі координат.
4. Дати означення лінійного інтегралу векторного поля у циліндричній системі координат.
5. Дати означення лінійного інтегралу векторного поля у сферичній системі координат.
6. Дати означення ротора векторного поля у довільній криволінійній системі координат.
7. Дати означення ротора векторного поля у циліндричній системі координат.
8. Дати означення ротора векторного поля у сферичній системі координат.

**Розв'язування задач:** за посібником: Подопрігора Н.В. Математичні методи фізики : навч. посібник / Н.В. Подопрігора, О.М. Трифонова, М.І. Садовий. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2012. – 300 с.

**В аудиторії:** №№ 118 (а, б), 119 (а, б), 120, 123.  
**Додому:** №№ 118 (в, г), 119 (в, г), 121.

**УСЬОГО**

**18 год.**

## 7. САМОСТІЙНА РОБОТА

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
<b>Змістовний модуль 1. Математична теорія поля</b>		
1.	Предмет математичної фізики	1
2.	Скалярне поле	4
3.	Векторні поля	4
4.	Тензори та їх властивості	2
5.	Ортогональні вектори і тензори в тривимірному і багатовимірному евклідовому просторах	2

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
6.	Дивергенція векторного поля	6
7.	Ротор векторного поля	4
8.	Криволінійні координати	7
9.	Диференціальні операції другого порядку	2
<i>Колоквіум № 1</i>		-/1
<i>Модульна контрольна робота № 1</i>		-/1
<i>Усього за змістовим модулем 1</i>		32/ 2 конс.
<b>Змістовний модуль 2. Рівняння математичної фізики</b>		
1.	Класифікація лінійних рівнянь	2
2.	Рівняння гіперболічного типу	2
3.	Рівняння параболічного типу	2
4.	Рівняння еліптичного типу	4
<i>Колоквіум №2</i>		-/1
<i>Модульна контрольна робота № 2</i>		-/1
<i>Усього за змістовим модулем 2</i>		10/ 2 конс.
<i>Захист домашніх та індивідуальних завдань</i>		5/3
<b>Усього годин</b>		<b>47/ 7 конс.</b>

## 8. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

(визначаються за номером у списку академічної групи)

8.1. *Методичні рекомендації з індивідуальних завдань.* Індивідуальні завдання мають на меті перевірити здатність студента самостійно розв'язувати задачі з курсу математичних методів фізики, аналогічні до тих, що були розглянуті під час практичних занять.

Пам'ятайте, що широту погляду на запропоновану задачу, вміння пов'язувати її з законами природи і з іншими суміжними задачами треба рішуче протиставити пошукам «потрібної формули» на основі здогадів, з'ясуванню, для чого дано ту чи іншу величину.

Розв'язування задач, як правило, має три етапи:

- 1) аналізу умови задачі або опису проблеми;
- 2) пошуку теоретичних основ розв'язку задачі;
- 3) реалізації розв'язку та аналізу одержаних результатів.

На першому етапі фактично відбувається побудова моделі задачі, що подана в її умові:

- аналіз умови задачі, визначення відомих параметрів і величин та пошук невідомого;
- конкретизація моделі задачі за допомогою формули;
- скорочений запис умови задачі, що відтворює модель задачі в систематизованому вигляді.



На другому етапі розв'язування задач відбувається пошук зв'язків і співвідношень між відомими величинами і невідомим:

– робиться запис загальних рівнянь чи співвідношень, що відповідають моделі задачі;

– враховуються конкретні умови постановки задачі, здійснюється пошук додаткових параметрів (початкові умови, константи, конкретні значення заданих величин тощо);

– приведення загальних рівнянь чи співвідношень до конкретних умов, що відтворюються в умові задачі, запис співвідношення між невідомим і відомими величинами в узагальненій формі.

На третьому етапі здійснюються такі дії:

– аналітичне, графічне або чисельне розв'язання рівняння відносно невідомого;

– аналіз одержаного результату щодо його вірогідності й реальності, запис відповіді;

– узагальнення способів діяльності, які властиві даному типу задач, пошук інших шляхів розв'язку.

№ з/п*	Номери індивідуальних задач за збірником: Подопригора Н.В. Математичні методи фізики : навч. посібник / Н.В. Подопригора, О.М. Трифонова, М.І. Садовий. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2012. – 300 с.							
1.	4	21	37	70	74 (в)	92	109	129
2.	5	22	38	71	74 (г)	93	110	130
3.	6	23	40	56	74 (д)	95 (в)	111	131
4.	7	24	42 (а)	72	75	96 (б)	112	132
5.	11 (а)	25	42 (б)	58	76	97 (б)	113	133
6.	11 (б)	26	42 (в)	59	78	98	114	132
7.	11 (в)	27	43 (а)	60	80	101	115	131
8.	12	28	43 (б)	61	81	104	116	130
9.	13	29	43 (в)	62	84	105	117	129
10.	14	30	44	63	85	106 (1)	121	128
11.	15	31	45	64	86	106 (2)	122	127
12.	16	32	46	65	87	106 (3)	124	126
13.	17	33	47	66	88	106 (4)	125	109
14.	18	4	41	67	89	106 (5)	126	110
15.	19	5	48	68	90	107	127	111
16.	20	6	49	69	91	107	128	112

**Примітка:** \* завдання виконуються в окремому зошиті з детальним поясненням до кожної задачі.

8.2. *Навчальний проект (індивідуальне навчально-дослідне завдання)* передбачає виконання мікро дослідження і його оформлення у вигляді **реферату** на задану тему (для підвищення рейтингу **на 5 балів**):

1. Основні задачі математичної фізики.
2. Основні методи математичної фізики.

3. Елементи математичної статистики.
4. Метод відокремлення змінних та його застосування.
5. Узагальнені гіперболічні та сферичні функції.
6. Нелінійні рівняння математичної фізики.
7. Рівняння Лежандра, функції та поліноми Лежандра.
8. Математичні проблеми механіки частинок і систем.
9. Математичні проблеми механіки суцільного середовища.
10. Математичні проблеми теорії відносності.
11. Математичні проблеми термодинаміки.
12. Математичні проблеми гравітації і астрофізики.
13. Математичні проблеми геофізики.
14. Математичні проблеми квантової теорії.
15. Математичні проблеми оптики та електродинаміки.
16. Математичні проблеми рідини і газу.

## 9. МЕТОДИ НАВЧАННЯ

– *методи пізнання*: абстрагування, ідеалізація, узагальнення і систематизація знань, проблемно-пошуковий, математичне моделювання фізичних явищ і процесів на лекціях; актуалізація опорних знань та послідовне виконання визначеної системи завдань на практичних заняттях; індивідуальне обговорення складних для засвоєння студентами теоретичних питань та індивідуальних завдань курсу на консультаціях;

– *методи управління*: моніторинг рівнів сформованості (мотивації – професійної, навчально-пізнавальної та математичної компетентності з фізики, засвоєння – глибина, міцність, системність знань, успішність вивчення дисципліни; наукового світогляду – фундаментальності, інтегрованості і технологічності знань з дисципліни тощо) – діагностика, аналіз, коригування.

## 10. МЕТОДИ КОНТРОЛЮ

Усне опитування (на колоквиумах, семінарських та практичних заняттях), тестування і перевірка письмових робіт (тематичних атестаційних, контрольних, комплексних контрольних робіт, домашніх та індивідуальних завдань), колективне обговорення (запитань, що виносяться на самостійне опрацювання студентами, рефератів ін.).

### **Норми оцінювання усних відповідей:**

При оцінюванні усної відповіді студентом оцінюються:

- висвітлення логічно відповідає змісту питань курсу;
- знання фактів до визначених елементів теорії та їх узагальнення;
- знання й висвітлення теоретичних результатів;
- знання понять і характеристик математичних величин;
- уміння пов'язувати зміст питань курсу математичних методів фізики;
- висловлювати власну точку зору стосовно аналізу елементів курсу;
- вміння застосувати знання в новій ситуації.

**Завдання**, яке одержує студент **на колоквіумі** складає одне усне запитання до висвітлення логічно завершеного елемента теорії із застосуванням математичного апарату:

**5 балів** ставиться тоді, коли студент: виявляє правильне розуміння змісту завдання і закономірностей, дає точне визначення і тлумачення основних понять, законів і теорій, а також правильне визначення величин, будує відповідь за власним планом, супроводжує розповідь власними прикладами, вміє застосувати знання в новій ситуації, при виконанні практичного завдання; може встановити зв'язок між матеріалом, що вивчається, і раніше вивченим.

**4 балів** студент одержує в разі неповного відтворення відповіді, пов'язане з випущенням або нерозумінням одного-двох положень, правил, закономірностей і невмінням визначити їх за довідниками, посібниками. Допущення однієї помилки при розв'язуванні задачі, використання необґрунтованого прийому чи способу.

**3 бали** оцінюється відповідь, у якій лише відтворено основні поняття й означення, на яких ґрунтується зміст відповідей без математичного виведення лише фрагментарним описом окремих елементів. До задачі обґрунтовано зміст і визначено основні закономірності, правила, що покладено в основу змісту й розв'язку.

**У 0 балів** оцінюється відповідь, що складають логічно не зв'язані фрагментарні відомості, які не дозволяють судити про розуміння суті відповіді; відсутність знань понять, означень величин і їх математичних виразів; невміння аналізувати зміст, скласти план розв'язку задачі.

#### **Оцінювання письмових робіт:**

**5 балів** ставиться тоді, коли студент вільно володіє теоретичним матеріалом (законами, формулами), що проявляється у самостійному розв'язку задач на 4 й більше й більше логічних кроків.

**4 балів** ставиться тоді, коли студент засвоїв теоретичний матеріал, може самостійно розв'язувати задачі на 4 й більше логічних кроків репродуктивного характеру.

**3 балів** ставиться тоді, коли студент вміє розв'язувати задачі і вправи на 1-3 кроки репродуктивного характеру.

У всіх інших випадках відповідь оцінюється у **0 балів**.

При оцінювання письмових робіт враховується частка завдання, яка виконана вірно.

### **11. Розподіл балів, які отримують студенти**

Поточне оцінювання та самостійна робота						Залік	
Лекційно-теоретичний модуль		Практичний модуль			Самостійно-практичний модуль		100
К1	К2	МКР1	МКР2	СБ	ДЗ	ІДЗ	
10	10	10	10	5	30	25	

**Примітка:** Оцінювання проводиться за видами навчальної діяльності: К – колоквіум (2 завдання по 5 балів); МКР – модульна контрольна робота (10 балів за структурою завдання); СБ

– середній бал за всі практичні заняття за національною шкалою (2, 3, 4, 5, де 2 – незадовільна оцінка, яка підлягає перескладанню); ДЗ – виконання та захист домашніх задач (30 задач по 1 балу за задачу); ІДЗ – виконання та захист індивідуальних завдань (8 задач по 3 балів за задачу + 1 бал за захист).

### Оцінювання кінцевого результату у випадку підсумкової форми контролю – „залік”

Якщо студент набрав хоча **60 балів** він одержує підсумкову оцінку автоматично. Студенти, які на час закінчення теоретичного курсу навчання не набрали рейтингу 60 балів добирають необхідну кількість балів за рахунок написання рефератів, або перескладання колоквиуму, захисту домашніх та/або індивідуальних завдань, модульних контрольних робіт тощо.

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою
		для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно
82-89	<b>B</b>	добре
74-81	<b>C</b>	
64-73	<b>D</b>	задовільно
60-63	<b>E</b>	
35-59	<b>FX</b>	
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни

## 12. МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

Підручники, навчальні посібники, навчально-методичний комплекс дисципліни (тематика і зміст лекцій, перелік запитань для самоконтролю під час підготовки до практичних занять, завдання для підготовки до модульних контрольних робіт, тематика рефератів, перелік питань для підготовки до колоквиумів, захисту самостійно вивченого теоретичного матеріалу тощо).

## 13. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Араманович И.Г. Уравнения математической физики / И.Г.Араманович, В.И. Левин. – М.: Наука, 1969. – 288 с.
2. Арнольд В. И. Некоторые нерешенные задачи теории дифференциальных уравнений математической физики / В. И. Арнольд // Успехи математических наук – 1989. – № 44 (4). – 191–192.
3. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Арнольд В. И. – М. : Наука, 1984. – 336 с.
4. Арнольд В.И. Математические методы классической механики / В.И.Арнольд. – М. : Наука, 1989. – 472 с.
5. Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С.Владимиров. – М. : Наука, 1981. – 512 с.
6. Зельдович Я.Б. Элементы математической физики / Я.Б.Зельдович, А.Д.Мышкис. – М. : Гл. ред. физ-мат. лит. изд-ва «Наука», 1973. – 351 с.

7. Курант Р. Уравнения с частными производными / Р. Курант, [пер. с англ.]. – М. : Мир, 1964. – 843 с.
8. Курант Р. Методы математической физики: в 2-х томах / Р. Курант, Д. Гильберт, [пер. с англ.]. – М. : Гостехиздат, 1951. – Т 1. – 1951. – 525 с.
9. Курант Р. Методы математической физики: в 2-х томах / Р. Курант, Д. Гильберт, [пер. с англ.]. – М. : Гостехиздат, 1951. – Т 2. – 1951. – 620 с.
10. Мартинсон Л. К. Дифференциальные уравнения математической физики: Учеб. для вузов / Л. К. Мартинсон, Ю. И. Малов. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 368 с. – (Серия «Математика в техническом университете»; вып. 12).
11. Морс Ф. Методы теоретической физики: в 2-х томах / Ф. Морс, Г. Фешбах., [пер. с англ.]. – М. : Издательство иностранной литературы, 1958. – Т.1. – 1958. – 975 с.
12. Морс Ф. Методы теоретической физики: в 2-х томах / Ф. Морс, Г. Фешбах., [пер. с англ.]. – М. : Издательство иностранной литературы, 1958. – Т.2. – 1960. – 897 с.
13. Несис Е.И. Методы математической физики: [учебн. пособие для студентов физ-мат. фак. пед. ин-тов]. / Е.И. Несис. – М.: Просвещение, 1977. – 199 с.
14. Перестюк М. О. Теорія рівнянь математичної фізики : [підручник для студ. фіз.-мат. та інжен. спец. ун-тів] / М. О. Перестюк, В. В. Маринець. – Київ : Либідь, 2006. – 424 с.
15. Плянин А.Д. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: точные решения / А.Д. Плянин, В.Ф. Зайцев. – М. : Физматлит, 2002. – 432 с.
16. Подопригора Н.В. Математичні методи фізики : навч. посібник / Н.В. Подопригора, О.М. Трифонова, М.І. Садовий. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2012. – 300 с.
17. Самарский А. А. Математическое моделирование : Идеи. Методы / Самарский А. А., Михайлов А. П. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 120 с.
18. Свізинський А. Математичні методи теоретичної фізики / А. Свізинський. – К. : Вищ. шк., 1998. – 162 с.
19. Семянистый В.И. Задачник–практикум по математической теории поля / В.И. Семянистый, В.В. Цукерман. – М. : Просвещение, 1976. – 136 с.
20. Соболев С.Л. Уравнения математической физики / С.Л. Соболев. – М. : Наука, 1966. – 444 с.
21. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М. : Наука, 1983. – 728 с.
22. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Фихтенгольц Г. М. – [в 3-х т.]. – М. : Физматлит, 2001. – Т. 1. – 616 с. – Т. 2. – 810 с. – Т. 3. – 662 с.
23. Фон Нейман Дж. Математические основы квантовой механики / Джон фон Нейман. – М. : Наука, 1964. – 367 с.
24. Шутц Б. Геометрические методы математической физики / Б. Шутц. – М. : Мир, 1995. – 304 с.