

ЗАСТОСУВАННЯ АПАРАТУ ТЕОРІЇ МАРКІВСЬКИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ СТРАТЕГІЇ ЕКОНОМІЧНОГО РОЗВИТКУ ПІДПРИЄМСТВ

Олена Трунова
(Чернігів, Україна)

Анотація. У статті порушено питання адаптації існуючих математичних методів до сучасної практики управління. Продемонстрований безпосередній зв'язок класичного математичного апарату з теорією прийняття управлінських рішень, при визначенні стратегії економічного розвитку підприємства. Проведені оцінка і прогнозування економічної стійкості підприємства із застосуванням апарату теорії марківських процесів. Розглянуто алгоритм, за яким здійснюється оцінка і прогнозування економічної стійкості підприємства. Мірою економічної стійкості підприємства запропоновано вважати ймовірність досягнення цілі - заплановане значення вартості підприємства. Розглянута методика може бути використана в навчальному процесі в формі лабораторної та курсової робіт, у дипломних роботах та безпосередньо на виробництві.

Ключові слова: компетентність, прогнозування, економічна стійкість підприємства, вартість підприємства, марківські процеси, матриця станів.

Аннотація. В статье затронуты вопросы адаптации существующих математических методов современной практики управления. Продемонстрирована непосредственная связь классического математического аппарата теории принятия управленческих решений, при определении стратегии экономического развития предприятия. Проведены оценка и прогнозирование экономической устойчивости предприятия с применением аппарата теории марковских процессов. Рассмотрен алгоритм, по которому осуществляется оценка и прогнозирование экономической устойчивости предприятия. Мерой экономической устойчивости предприятия предложено считать вероятность достижения цели - запланированное значение стоимости предприятия. Рассмотренная методика может быть использована в учебном процессе в форме лабораторной и курсовой работ, в дипломных работах и непосредственно на производстве.

Ключевые слова: компетентность, прогнозирование, экономическая устойчивость предприятия, стоимость предприятия, марковские процессы, матрица состояний.

Abstract. The article raised the issue of adapting existing mathematical methods to modern

management practices. Demonstrated direct connection of classical mathematical apparatus of the theory of management decisions in determining the economic development strategy of the company. Assessment and forecasting economic viability of using the apparatus of the theory of Markov processes. The algorithm on which the assessment and forecasting of economic viability. Measure of economic viability invited to consider the likelihood of achieving objectives - scheduled importance of value. The method could be used in the classroom in the form of laboratory and course work, thesis.

Keywords: *competence, forecasting, economic sustainability of the enterprise, enterprise value, Markov processes, matrix classes.*

Постановка проблеми. В останні роки в зв'язку з кардинальними соціально-економічними змінами, що відбулися в Україні, виникла об'єктивна необхідність внесення суттєвих коректив у вітчизняну систему вищої освіти.

На сьогодні науково-дослідна діяльність математизується, при цьому стрімко зростає роль стохастичних методів у всіх сферах людської діяльності.

Одним з найефективніших інструментів дослідження, аналізу та прогнозування будь-якої економічної системи (явища, процесу) є математичні методи і моделі. Тому проблема проведення оцінки і прогнозування економічної стійкості підприємства є надзвичайно актуальною і непростою.

Метою навчання стохастики у вузі стає формування стохастичної компетентності майбутніх фахівців як складової професійної компетентності. Підготовка висококваліфікованого фахівця в галузі економіки і управління неможлива без формування необхідних професійних компетенцій, зокрема, аналізі, прогнозуванні та прийнятті рішень в економічній діяльності підприємств. Саме тому проблеми методики навчання студентів економічних та управлінських спеціальностей методам і моделям оцінки визначення стратегії економічного розвитку підприємства, за допомогою яких можна зробити більш виважений вибір, який буде обґрунтований як математично, так і економічно, є актуальним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В ряду математичних методів, які широко застосовуються в дослідженні динаміки розвитку економічних

систем, одне з центральних місць займають моделі, засновані на теорії марківських процесів.

До вивчення даної проблеми долучалося багато відомих зарубіжних та вітчизняних вчених, зокрема В.В. Вітлінський, Г.І. Великоіваненко, С.М. Клименко, Ю.А. Мішура, С.І. Наконечний, М.О. Перестюк та багато інших.

Теорія марківських процесів детально розроблена в математичному відношенні і має широку область застосування [1-3]. Так, в роботах [4,5] розглядається застосування марківських процесів до завдань про розподіл ресурсів між різними галузями виробництва і споживанням, оптимальних термінах заміни обладнання, регулювання водопостачання та ін.

Але проблемі методики навчання методам і моделям визначення стратегії економічного розвитку підприємства, зокрема проведення оцінки і прогнозування економічної стійкості підприємства із застосуванням апарату теорії марківських процесів студентів економічних та управлінських спеціальностей в науковій та методичній літературі належна увага не приділена.

Мета написання статті - адаптація існуючих математичних методів до сучасної практики управління, демонстрація безпосереднього зв'язку класичного математичного апарату з теорією прийняття управлінських рішень, при визначенні стратегії економічного розвитку підприємства, зокрема проведення оцінки і прогнозування економічної стійкості підприємства із застосуванням апарату теорії марківських процесів.

Виклад основного матеріалу. Для оцінки економічної стійкості підприємства і розробки заходів щодо її підвищення, оптимізації стратегії управління виробництвом та плануванні витрат використовують результати прогнозування вартості підприємства.

На практиці можливе застосування й інших критеріїв стійкості, наприклад, досягнення певних показників прибутковості, зниження питомих витрат, ефективність використання ресурсів і т. д. [10].

Найбільш прийнятним для інвестора методом прогнозування вартості підприємства, на думку багатьох авторів, є прибутковий підхід [7], при якому

вартість підприємства розраховується на основі прогнозних показників грошових потоків. Для інвестора важливо не тільки, якій буде отримано дохід і, відповідно, яка очікувана вартість підприємства, але і як стабільно цей дохід буде отримано. Причиною нестабільності очікуваних від бізнесу доходів є ризику.

У розглянутому методичному підході будемо вважати мірою економічної стійкості підприємства ймовірність досягнення цілі - запланованого значення вартості підприємства.

Відповідно до прибуткового підходу вартість підприємства визначається грошовим потоком [7], тобто різницею між усіма отриманими і виплаченими підприємством грошовими коштами за певний період часу:

$$C_T = \sum_{i=1}^n \frac{CF_i}{(1+r_i)^i} + \frac{CF_{n+1}}{r_{n+1}-q},$$

де C_T - вартість підприємства; CF_i - прогнозне значення грошового потоку в i -му часовому періоді (Cash Flow); r_i - норма прибутковості.

$$n = \frac{t_n}{t_1},$$

де t_n - час прогнозного періоду; t_1 - час етапу; CF_{n+1} - значення грошового потоку за перший рік постпрогнозного періоду; q - довгострокові темпи зростання грошового потоку.

Внутрішні і зовнішні фактори впливу, що не враховані в моделі генерування грошового потоку, розглядаємо як причину зміни ефективності роботи підприємства, відхилення грошового потоку, а отже, і інвестиційної вартості підприємства від цільового значення. Можливість негативного відхилення між плановим і фактичним результатом, тобто небезпека несприятливого результату на одне очікуване рішення визначається як ризик [8,9,11].

Розглянемо алгоритм, за яким здійснюється оцінка і прогнозування економічної стійкості підприємства.

1. Визначення вхідної інформації: заданої траєкторії руху мініекономічної системи, тобто планованих грошових потоків від виробничої (операційної), фінансової та інвестиційної діяльності підприємства; характеристик внутрішніх і зовнішніх факторів впливу, які не враховані в моделі функціонування підприємства.

2. Визначення кількості і взаємозв'язків станів, числа етапів в прогнозованому періоді.

3. Визначення ймовірності станів підприємства на всіх етапах.

4. Визначення прогнозованого грошового потоку і вартості підприємства.

5. Розрахунок кількісного показника економічної стійкості підприємства.

Вхідна інформація, необхідна для оцінки економічної стійкості підприємства, повинна включати наступні дані:

- матриця грошових потоків - прогнозні значення грошового потоку, значення грошових потоків при переході системи з одного стану в інший;
- мінімально допустимий накопичений грошовий потік за прогнозований період - значення (точкове або розподіл) границі цілі;
- ймовірності початкових «стартових» станів системи;
- матриця перехідних ймовірностей [6].

При визначенні вхідної інформації необхідно використовувати розрахункові, статистичні та експертні методи.

В процесі функціонування підприємства можуть відбутися події B_1, B_2, \dots, B_k , що впливають на макро-, мезо- або мікрорівні, ймовірності яких відомі або отримані при визначенні вхідної інформації. Настання події B_i або кількох подій спричиняє підприємство до одного із станів S_1, S_2, \dots, S_m . Знаходження в будь-якому стані розглядається як випадкова подія.

Визначаємо число станів підприємства і орієнтований зважений граф переходів. Тривалість етапу t набуває значення з урахуванням наступних умов:

- грошові потоки сусідніх етапів CF_i і CF_{i-1} повинні бути незалежними;
- ймовірність декількох реалізацій одного несприятливого фактору впливу B_i на етапі повинна бути достатньо малою величиною, якою можна знехтувати;

- тривалість етапу повинна дорівнювати або бути кратною звітному періоду, прийнятому на підприємстві.

Імовірність станів системи після k -го етапу визначаємо за формулою

$$P_{(m)}(k) = P_{(m)}(k-1) \cdot \Pi_{k-1,k}, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

де $P_{(m)}(k)$, $P_{(m)}(k-1)$ - вектори ймовірностей станів на k і $k-1$ етапах; $\Pi_{k-1,k}$ - матриця перехідних ймовірностей

$$\Pi_{k-1,k} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1m} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1} & p_{m2} & \dots & p_{mm} \end{bmatrix}.$$

Прогнозовані значення грошового потоку на етапах:

$$CF(i) = CF_1(i) + CF_2(i) + \dots + CF_m(i) = CF_{(m)}(i).$$

$$CF_{(m)}(i) = P_{(m)}(i-1) \cdot \begin{bmatrix} p_{11}d_{11} & p_{12}d_{12} & \dots & p_{1m}d_{1m} \\ p_{21}d_{21} & p_{22}d_{22} & \dots & p_{2m}d_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1}d_{m1} & p_{m2}d_{m2} & \dots & p_{mm}d_{mm} \end{bmatrix},$$

де $CF(i)$ - середнє значення грошового потоку на i -му етапі; $CF_j(i)$ - значення грошового потоку на i -му етапі в j -му стані з урахуванням потоків імовірності; d_{ij} - значення грошового потоку на етапі при переході зі стану i до стану j .

Для визначення дисперсії значень грошового потоку на етапі представимо $CF_j(i)$ у вигляді

$$CF_j(i) = Q_j(i) \cdot P_j(i),$$

де $Q_j(i)$ - значення грошового потоку, що генерує підприємство на i -му етапі в j -му стані без урахування ймовірності реалізації стану; $P_j(i)$ - імовірність знаходження підприємства на i -му етапі в j -му стані.

Отримані значення випадкової величини $Q_j(i)$, $j = 1, 2, \dots, m$ в різних станах підприємства S_i , $i = 1, 2, \dots, m$ і відповідні ймовірності знаходження підприємства в цих станах $P_j(i)$ можна представити у вигляді ряду розподілу (табл. 1).

Дисперсія значень грошового потоку на i -му етапі обчислюється за формулою

$$D[CF(i)] = \sum_{j=1}^m [Q_j(i) - CF(i)]^2 \cdot P_j(i).$$

Таблиця 1

Ряд розподілу значень грошового потоку $Q_j(i)$, $i = 1, 2, \dots, m$ і ймовірності

$P_j(i)$ знаходження підприємства в станах S_i .

Стан	S_1	S_2	...	S_m
$Q_j(i)$	$Q_1(i)$	$Q_2(i)$...	$Q_m(i)$
$P_j(i)$	$P_1(i)$	$P_2(i)$...	$P_m(i)$

Вартість підприємства визначається грошовим потоком, що генерується на послідовно розглянутих етапах. Математичне сподівання вартості підприємства визначається сумою математичних сподівань значень грошових потоків на n етапах і постпрогнозному періоді

$$M[C_T] = \sum_{i=1}^n \frac{CF(i)}{(1+r_i)^i} + \frac{CF(n+1)}{r_{n+1}-q}.$$

Дисперсія значень вартості підприємства дорівнює

$$D[C_T] = \sum_{i=1}^n \frac{D[CF(i)]}{(1+r_i)^{2i}} + \frac{D[CF(n+1)]}{r_{n+1}-q}.$$

Якщо границя L області допустимих значень вартості підприємства є детермінованою величиною, то ймовірність стійкості підприємства дорівнює

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi D[C_T]}} \int_L^{+\infty} e^{-\frac{(C_T - M[C_T])^2}{2D[C_T]}} dC_T.$$

Якщо границя допустимих значень цілі - випадкова величина, розподілена за нормальним законом з математичним сподіванням $M[L]$ і дисперсією $D[L]$, то для визначення показника економічної стійкості промислового підприємства введемо випадкову величину G :

$$G = C_T - L,$$

з математичним сподіванням $M[G] = M[C_T] - M[L]$ і дисперсією $D[G] = D[C_T] + D[L]$.

Ймовірність економічної стійкості в цьому випадку дорівнює

$$P = \frac{1}{\sqrt{2\pi D[G]}} \int_0^{+\infty} e^{-\frac{(G-M[G])^2}{2D[G]}} dG.$$

Розглянемо запропонований алгоритм на прикладі оцінки економічної стійкості промислового підприємства на прикладі ПАТ «Стріла».

Джерелом утворення грошового потоку ПАТ «Стріла» є виробнича (операційна), інвестиційна та фінансова діяльність.

Прогнозований період розбиваємо на п'ять етапів ($n = 5$). Тривалість кожного етапу становить один рік, постпрогнозний період не враховуємо.

Прогнозований грошовий потік (без урахування ризиків і дисконтування) представлений в табл. 2.

Таблиця 2

Прогнозований грошовий потік ПАТ «Стріла»

Рік	2010	2011	2012	2013	2014
Грошовий потік, тис. у. о.	106 800	172 700	247 500	385 300	504 300

В якості зовнішніх і внутрішніх факторів впливу розглядаємо ризики (тільки значущі для підприємства) виробничої, інвестиційної та фінансової діяльності підприємства.

Приймаємо п'ять можливих станів підприємства: S_1 - підприємство працює стабільно, врахованих ризиків немає; S_2 - на підприємстві враховано один ризик інвестиційної або фінансової діяльності; S_3 - враховано один ризик виробничої діяльності; S_4 - враховано два ризики в будь-яких комбінаціях; S_5 - враховано три ризики відповідно.

Реалізацію на етапі більше трьох ризиків вважаємо малоімовірною і не будемо її враховувати.

Розмічений граф станів підприємства має вигляд, представлений на рис. 1. Вектор початкових станів підприємства має вигляд

$$P_{(5)} = (P_1(0); P_2(0); P_3(0); P_4(0); P_5(0)),$$

де $P_1(0) = 1$; $P_2(0) = 0$; $P_3(0) = 0$; $P_4(0) = 0$; $P_5(0) = 0$.

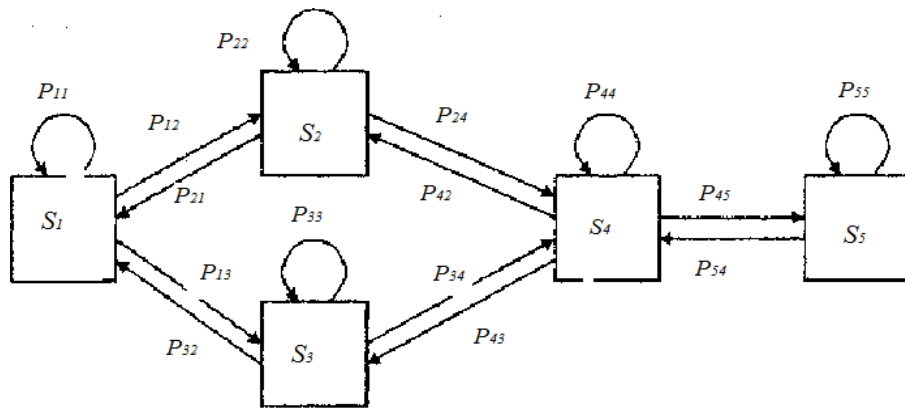


Рис.1. Розмічений граф станів промислового підприємства

Матриця перехідних імовірностей має вигляд

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & 0 & 0 \\ p_{21} & p_{22} & 0 & p_{24} & 0 \\ p_{31} & 0 & p_{33} & p_{34} & 0 \\ 0 & p_{42} & p_{43} & p_{44} & p_{45} \\ 0 & 0 & 0 & p_{54} & p_{55} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,65 & 0,15 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0,5 & 0,15 & 0 & 0,35 & 0 \\ 0,45 & 0 & 0,2 & 0,35 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0,15 & 0,3 & 0,35 \\ 0 & 0 & 0 & 0,3 & 0,7 \end{bmatrix}.$$

Матриця значень грошових потоків на етапі генеруються підприємством при переході зі стану S_i до стану S_{i-1} , де $i=1, 2, 3, 4, 5$, має вигляд

$$P_d = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & 0 & 0 \\ d_{21} & d_{22} & 0 & d_{24} & 0 \\ d_{31} & 0 & d_{33} & d_{34} & 0 \\ 0 & d_{42} & d_{43} & d_{44} & d_{45} \\ 0 & 0 & 0 & d_{54} & d_{55} \end{bmatrix} = d_{11} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0,6 & 0,6 & 0 & 0 \\ 0,55 & 0,5 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0,55 & 0 & 0,5 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0,15 & 0,15 & 0,1 & -0,2 \\ 0 & 0 & 0 & -0,25 & -0,3 \end{bmatrix}.$$

Параметр d_{11} дорівнює значенню прогнозованого грошового потоку на розглянутому етапі без урахування ризику. Значення d_{11} для етапів представлені в табл. 2.

Матриця множників перехідних імовірностей і значень грошових потоків, що генеруються ПАТ «Стріла» при переході зі стану S_i до стану S_{i-1}

$$P_{pd} = d_{11} \cdot \begin{bmatrix} 0,650 & 0,090 & 0,120 & 0 & 0 \\ 0,275 & 0,075 & 0 & 0,070 & 0 \\ 0,247 & 0 & 0,100 & 0,070 & 0 \\ 0 & 0,030 & 0,025 & 0,030 & -0,070 \\ 0 & 0 & 0 & -0,075 & -0,210 \end{bmatrix}.$$

Ймовірності станів підприємства на етапах представлені в табл. 3.

Таблиця 3

Ймовірності станів підприємства на різних етапах діяльності

Етап	Ймовірність стану підприємства				
	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5
0	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1	0,6500	0,1500	0,2000	0,0000	0,0000
2	0,5875	0,1200	0,1700	0,1225	0,0000
3	0,5184	0,1306	0,1699	0,1383	0,0429
4	0,4787	0,1250	0,1584	0,1595	0,0784
5	0,4449	0,1225	0,1513	0,1706	0,1107

Математичні сподівання і дисперсії значень грошового потоку ПАТ «Стріла» на прогнозованих етапах представлені в табл. 4.

Таблиця 4

Математичні сподівання і дисперсії значень грошового потоку ПАТ «Стріла»

Етап	Прогноз, тис. у.о.	Прогноз з дисконтуванням, тис. у.о.	Математичне сподівання, тис. у.о.	Дисперсія, тис. у.о. ²
1	106 800,00	95 357,14	82 007,14	1 497 796 439
2	172 700,00	137 675,4	89 062,21	2 417 509 453
3	247 500,00	176 165,6	83 738,69	2 701 542 953
4	385 300,00	244 865,1	85 628,81	3 378 888 338
5	504 300,00	286 153,4	73 532,08	2 896 655 740

Таким чином, математичне сподівання вартості підприємства за прогнозований період складе $M[C_T]=413968,9$ тис. у.о., середнє квадратичне відхилення $\sigma_{C_T} = 113 544,67$ тис. у.о.

Прийнявши границю області цілі (заплановане значення) $L=300$ тис. у. о., одержимо ймовірність досягнення цілі розвитку ПАТ «Стріла» $P=0,84$.

Отримані результати показують, що підприємство в прогнозованому періоді не досягає стаціонарного режиму функціонування, ймовірність станів з одним, двома і більше реалізованими ризиками достатньо великі, коефіцієнт варіації вартості ПАТ «Стріла» значний, ймовірність досягнення цілі мала і як наслідок

цього економічна стійкість підприємства недостатня.

Висновки. Використання запропонованої концепції дослідження економічної стійкості підприємства дозволяє розглядати моделі його розвитку. При цьому зручним інструментом дослідження є апарат теорії марківських процесів. Його використання для аналізу розвитку конкретного промислового підприємства розкриває можливість визначення взаємозалежності початкових значень розглянутих ризиків і траєкторій параметрів руху до цілі, що дозволяє більш точно прогнозувати економічну стійкість промислового підприємства.

Розглянута методика може бути використана в навчальному процесі в формі лабораторної та курсової робіт, у дипломних роботах. А також безпосередньо на виробництві, коли необхідно вибирати стратегію розвитку господарюючого суб'єкта в умовах невизначеності зовнішнього середовища з урахуванням заходів щодо запобігання ризиків господарської діяльності, що розробляються на підприємствах.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Таха, Хэдми А. Введение в исследование операций [Текст]: научно-популярная литература /Хэмди А. Таха / 6-е изд. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. - 911 с.
2. Ховард, Р. Динамическое программирование и марковские процессы / Р. Ховард - М.: Сов. радио, 1964 - 189 с.
3. Кемени, Дж. Конечные цепи Маркова / Дж. Кемени - М.: Наука, 1970. - 271 с.
4. Дынкин, Е.Б. Управляемые марковские процессы и их приложения / Е.Б. Дынкин, А.А. Юшкевич - М.: Наука, 1975. - 339 с.
5. Жлуктенко, В.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. посібник: У 2 ч. - Ч. II: Математична статистика / В.І. Жлуктенко, С.І. Наконечний, С.С. Савіна - К.: КНЕУ, 2001. - 336 с.
6. Смирнов, Н.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений / Н.В. Смирнов, И.В. Дудин-Барковский. - М.; Наука, 1965. - 556 с.
7. Сычева, Г. И Оценка стоимости предприятия (бизнеса) / Г.И. Сычева, Е.Б. Колбачев, В.А. Сычев В.А. // Высшее образование. - Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. - 384 с.
8. Тихонов, В. И. Марковские процессы / В. И. Тихонов, М.А. Миронов. - М.: Советское радио. 1997. - 488 с.
9. Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах / под. ред. К.Т. Леондеса. - М.: Мир, 1980. - 404 с.
10. Форрестер, Дж. Основы кибернетики предприятия / Дж. Форрестер. - М.: Прогресс, 1971. - 340 с.
11. Howard, L. Markov Chains and Dynamic programming / L. Howard. - New York: J. Willey & Sons, 1960. - 41p.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

Трунова Олена Василівна – кандидат педагогічних наук, доцент, докторант кафедри вищої математики НПУ імені М.П. Драгоманова