

Іщук Анастасія

**РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ НЕЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ
ЗА ДОПОМОГОЮ КОМП'ЮТЕРА**

Задачі нелінійного програмування (ЗНП) – це задачі на знаходження мінімуму чи максимуму цільової функції на множині розв'язків системи нерівностей або рівнянь, в яких цільова функція та функції, за якими визначається множина допустимих розв'язків, є нелінійними [3, с. 62].

Задачі нелінійного програмування зустрічаються в науці, техніці, економіці, математиці, у сфері ділових відносин та ін.. Вченими було досліджено їх застосування навіть у філософії [2, с. 12].

Для того, щоб знайти оптимальний розв'язок ЗНП, потрібно дотримуватися певних правил, зокрема [1, с. 20-21]: здійснити постановку задачі; побудувати відповідну математичну модель; визначити тип отриманої математичної моделі; дібрати програмний засіб розв'язування задачі; провести обчислення (комп'ютерний експеримент), здійснити аналіз одержаних результатів.

ЗНП можна розв'язувати за допомогою програмних засобів MS Excel, Gran, Mathcad, Maple, різних онлайн калькуляторів, тощо.

Приклад. Постановка задачі. Знайти мінімум функції

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2}x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 - 2x_1 - 6x_2 \text{ при умові}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Математична модель.

$$(x) = \frac{1}{2} \left\langle \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \right\rangle + \left\langle \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \right\rangle \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Вибір програмного засобу. Дану задачу можна розв'язати за допомогою СКМ Matlab.

Комп'ютерний експеримент, одержання результатів, аналіз, інтерпретація.

Дану задачу будемо розв'язувати за допомогою функції *quadprog*, що призначена для розв'язування задачі квадратичного програмування (є одним з видів нелінійного програмування) виду

$$f(x) = \frac{1}{2} \langle Hx, x \rangle + \langle c, x \rangle \rightarrow \min,$$

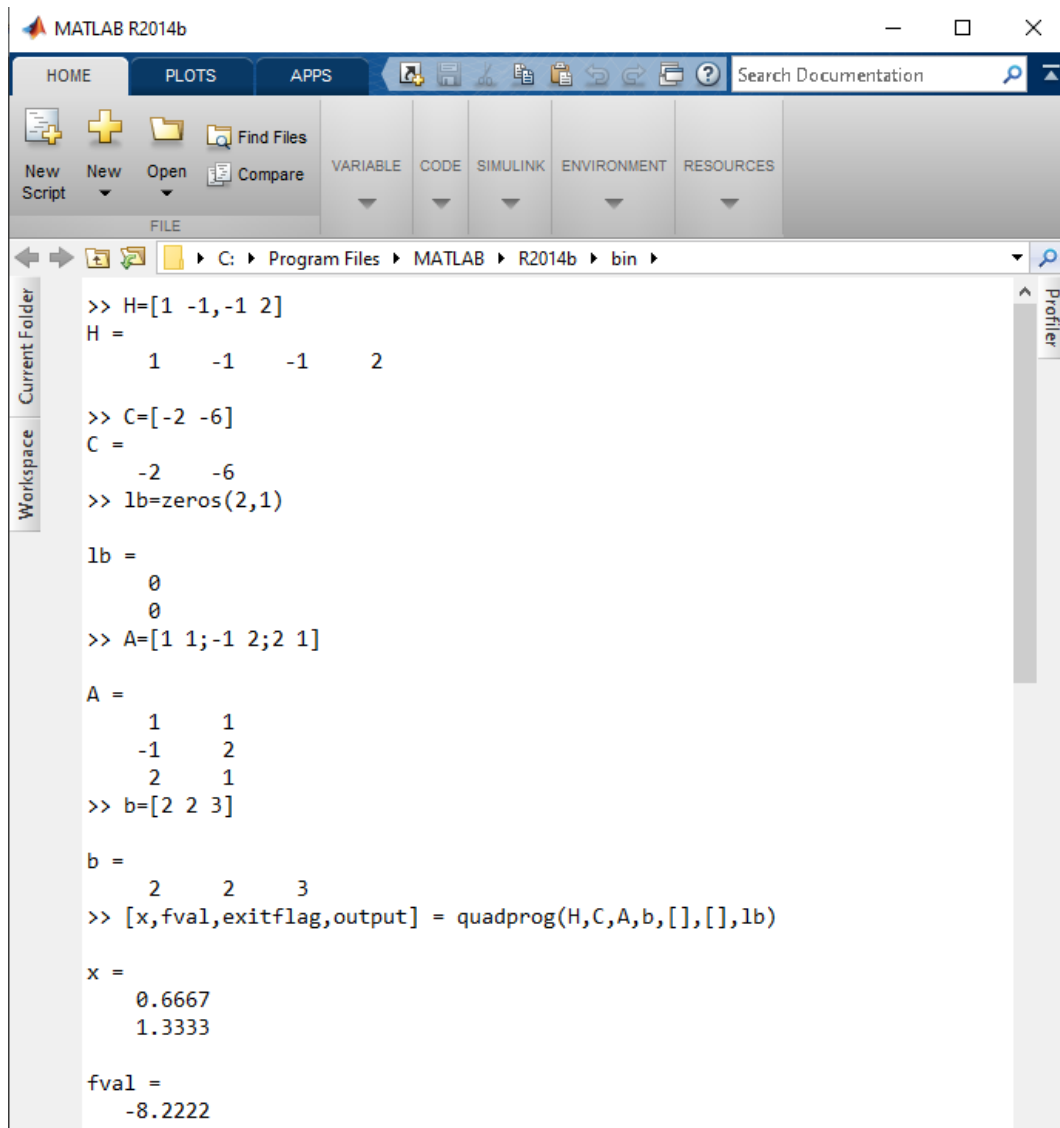
$A \cdot x \leq b$, $Aeq \cdot x = beq$, $lb \leq x \leq ub$, де H – симетрична невід'ємно визначена квадратна матриця, A , Aeq – прямокутні матриці, c , b , beq , lb , ub , x – вектор-стовпчики, і має такий синтаксис: $[x, fval, exitflag, output] = \text{quadprog}(\dots)$.

Запишемо умову задачі для розв'язування у СКМ Matlab, використовуючи функцію *zeros*, для формування масиву нулів та функцію *quadprog* для мінімізації квадратичної функції (Рис. 1).

В результаті отримаємо, що дана функція досягає свого мінімуму $f(x_1, x_2) \approx -8.2$, при $x_1 = 0,7$, $x_2 = 1,3$.

Отже, для розв'язування задач нелінійного програмування потрібні, перш за все, вміння аналізувати зміст задачі, розкриваючи зв'язки між величинами; складати математичні моделі; правильно інтерпретувати отримані результати аналізу побудованої математичної моделі відповідно до умови даної задачі. Використання засобів сучасних ІКТ в процесі розв'язування ЗНП робить процес відшукування оптимальних розв'язків досить цікавим, без зайвих витрат часу для виконання рутинних обчислень,

що є важливим для розвитку логічного мислення учнів, його аналітичної і синтетичної складових, підвищення рівня фундаментальності їхніх знань.



```

MATLAB R2014b
HOME PLOTS APPS Search Documentation
New Script New Open Find Files Compare
VARIABLE CODE SIMULINK ENVIRONMENT RESOURCES
FILE
C:\Program Files\MATLAB\R2014b\bin
Current Folder
Workspace
>> H=[1 -1, -1 2]
H =
     1     -1     -1     2

>> C=[-2 -6]
C =
    -2    -6

>> lb=zeros(2,1)
lb =
     0
     0

>> A=[1 1;-1 2;2 1]
A =
     1     1
    -1     2
     2     1

>> b=[2 2 3]
b =
     2     2     3

>> [x,fval,exitflag,output] = quadprog(H,C,A,b,[],[],lb)

x =
    0.6667
    1.3333

fval =
   -8.2222

```

Рис. 1. Розв'язування задачі квадратичного програмування СКМ Matlab

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Жалдак М. І., Триус Ю. В. Основи теорії і методів оптимізації: навч. посіб. Черкаси: Брама-Україна, 2005. 608 с.
2. Зангвилл У.И. Нелинейное программирование. Единый подход: 1969 г. Пер. с англ. под ред. Е. Г. Гольштейна, М., «Сов. радио», 197. 312 с.
3. Іващенко А. А. Комп'ютеризоване математичне програмування. Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах: наук. метод. журнал. 2014. № 3. С. 60-67.