УДК 372.851

ІЗЮМЧЕНКО Людмила Володимирівна –
кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри математики
Центральноукраїнського державного педагогічного університету
імені Володимира Винниченка
ORCID ID 0000-0001-8656-2220
e-mail: l.iziumch@gmail.com
ГАЄВСЬКИЙ Микола Вікторович –
кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри математики
Центральноукраїнського державного педагогічного університету
імені Володимира Винниченка
ORCID ID 0000-0001-5268-748X
e-mail: mgaevskij@gmail.com

ЗАЛУЧЕННЯ УЧНІВ ДО НАУКОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ (НА ПРИКЛАДІ ПІДГОТОВКИ КОМАНД ДО УЧАСТІ В ОЛІМПІАДАХ ТА ТУРНІРАХ ЮНИХ МАТЕМАТИКІВ)

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. Під нестандартними задачами розуміють такі задачі, для розв’язування яких немає готової схеми дій, такі задачі не можна розв’язати відомими способами; конкурсні задачі дозволяють навчити учнів розмірковувати, критично мислити, знаходити правильне розв’язання проблеми, застосовувати знання на практиці, переносити відомі йому способи дій в нові для нього ситуації й відкривати нові способи діяльності. Створення у процесі навчання проблемних ситуацій і розгортання на їх основі активної пошукової діяльності учнів дає можливість формування в школярів стійкого пізнавального інтересу до предмету, зокрема математики, сприяє самореалізації, саморозвитку учнів, становленню особистості, здатної без сторонньої допомоги оволодівати знаннями і способами діяльності, розв’язувати пізнавальні задачі.

Розв’язування олімпіадних задач учнями та студентами є гарним підґрунтям та підготовкою до майбутньої наукової діяльності, оскільки засвоєння методів розв’язування олімпіадних задач вимагає від них напруженої, активної та зосередженої самостійної роботи, а також розвиває їхню творчість, креативність та піднімає рівень зацікавленості до математики.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Учені, педагоги-практики приділяють значну увагу різним аспектам процесу математичної підготовки обдарованих учнів до участі у математичних олімпіадах, конкурсах, турнірах, активної пошукової роботи у системі Малої академії наук України. Формування творчої особистості школяра, розвиток творчого мислення учня, наступність у процесі навчання математики досліджували Бевз Г.П., Бурда М.І., Кушнір В.А., Ріжняк Р.Я., Скафа О.І., Тарасенкова Н.А., Хмара Т.М., Чашечникова О.С., Швець В.О. та ін. Системний підхід в організації розв’язування нестандартних та олімпіадних задач досліджували Анікушин А.В., Борисова В.О., Вишенський В.А., Вороний О.М., Ганюшкін О.Г., Добосевич М.С., Карташов М.В., Клурман О.О., Кукуш О.Г., Курченко О.О., Лейфура В.М., Михайловський В.І., Мітельман І.М., Нагорний В.Н., Некрашевич В.В., Панасенко О.Б., Плахотник В.В., Рабець К.В., Радченко В.М., Рубльов Б.В., Федак І.В., Шунда Н.М., Ясінський В.А. та ін. [1, 3, 5, 6].

Незважаючи на значну кількість досліджень, присвячених роботі з обдарованими учнями, підготовка школярів до участі у математичних турнірах висвітлена недостатньо та потребує подальшого дослідження.

Метою статті є розкриття математичних аспектів підготовки учнів до розв’язування конкурсних завдань на прикладі однієї задачі (доведення нерівності та її узагальнення), запропонованої на XXII Всеукраїнському турнірі юних математиків імені професора М.Й. Ядренка (2019 р.). Завдання: до даної задачі навести декілька різних способів її доведення; проаналізувати можливості доведення іншими способами, їхні переваги та недоліки;

провести порівняння з точки зору вікових можливостей дослідників; визначити оптимальний спосіб доведення з позиції знань школярів; провести паралель між олімпіадною задачею і даною нерівністю та показати, як з використанням результатів цієї задачі можна довести дану нерівність.

Методи дослідження. Для реалізації поставленої мети та виконання завдань статті використано теоретичні (аналіз першоджерел з проблеми дослідження, синтез, порівняння) та емпіричні (педагогічне спостереження, аналіз навчального процесу) методи дослідження.

Виклад основного матеріалу дослідження. Одним із важливих типів олімпіадних задач є нерівності. Існує багато різних способів доведення нерівностей: аналітичний та синтетичний методи, доведення нерівностей методом від супротивного, нерівностей методом мажорування, за допомогою методу математичної індукції, застосування класичних нерівностей (Коші, Гельдера, Мінковського, Юнга, Ієнсена, транснерівностей тощо), використання методів математичного аналізу, геометрії, векторної алгебри тощо. Тематика нерівностей є хорошим засобом для навчання типовим методам наукових досліджень, що включають в себе такі види діяльності як повний перебір варіантів, перехід від часткового до загального тощо, при роботі з нерівностями слід не лише вміти виконувати певні міркування в межах певної схеми, але також і розуміти мету цих дій. Не існує єдиного методу розв’язання олімпіадних задач, кількість нових методів та підходів до розв’язування та доведення нерівностей постійно зростає, з’являються нові нерівності та методи їх розв’язання. Тут як приклад можна навести монгольську нерівність та огляд і хронологію різних методів її доведення [4].

Як говорив Д. Пойа, краще розв’язати одну задачу кількома способами, ніж багато задач одним. У цьому плані нерівності не є виняток. Більшість нерівностей доводяться кількома різними методами або їх комбінацією. Крім того, основною їх особливістю є те, що розв’язання на перший погляд простої задачі може вимагати побудови досить серйозних математичних досліджень, а сама задача може мати досить цікаве узагальнення із непростим обґрунтуванням. Головним позитивом цього є те, що розв’язування задач різними способами залучає учнів до пошукової діяльності, створюючи умови для розвитку їх мислення, допомагає структуризувати та систематизувати дані, опанувати різними математичними відношеннями та поняттями, будувати математичні моделі, аналізувати і досліджувати їх.

Також слід відмітити, що поява нових нерівностей та методів їх доведення приводить до того, що застосування більшості відомих нерівностей (Коші, Гельдера, Мінковського, Юнга, Ієнсена, транснерівностей) не є очевидним і досить часто вимагає інших методів.

У даній роботі розглянемо різні способи доведення нерівностей. Як приклад розглянемо нерівності, що були запропоновані командам учасницям XXII Всеукраїнського турніру юних математиків імені професора М.Й. Ядренка у 2019 році.

Задача. Для всіх натуральних чисел n довести нерівності:

1) $\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}\right)\le\frac{9n^2}{8}$;

2) $\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2+k-1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2-k}{k+1}\right)\le\frac{9n^4}{8}$.

Доведемо першу нерівність декількома способами. Найбільш елементарне доведення нерівності, що базується на матеріалі середньої школи є наступним.

Запишемо кожну суму в наступному вигляді:

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}=\sum_{k=1}^{n}\left(1+\frac{1}{k}\right)=n+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$$

та

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}=\sum_{k=1}^{n}\left(1-\frac{1}{k+1}\right)=n-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k+1}=n-\sum_{k=2}^{n+1}\frac{1}{k}=n+1-\frac{1}{n+1}-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}.$$

Тоді нашу нерівність можемо записати у наступному вигляді:

$$\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}\right)=\left(n+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\right)\cdot\left(n+1-\frac{1}{n+1}-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\right)\le$$

$$\le\left(n+1+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\right)\cdot\left(n+1-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\right)=(n+1)^2-\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\right)^2\le(n+1)^2-1=n^2+2n.$$

Як бачимо, функція $f(x)=\frac{9x^2}{8}$ зростає швидше за функцію $f(x)=x^2+2x$, тому починаючи з деякого $x>0$ буде справедлива нерівність $x^2+2x\le\frac{9x^2}{8}$. Знайдемо таке значення $x>0$:

$$x^2+2x\le\frac{9x^2}{8}\Rightarrow\frac{9x^2}{8}-x^2-2x\ge 0\Rightarrow\frac{x^2}{8}-2x\ge 0\Rightarrow x\ge 16,$$

отже, при $n\ge 16$ нерівність

$$\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}\right)\le\frac{9n^2}{8}$$

справедлива. У цьому випадку відмітимо, що справедлива навіть більш точна нерівність

$$\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}\right)\le(n+1)^2\le\frac{9n^2}{8}.$$

Для номерів $n=1,2,3,\ldots,15$ справедливість нерівності $\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}\right)\le\frac{9n^2}{8}$ можна перевірити безпосереднім обрахунком.

Як бачимо, недоліком цього елементарного методу є необхідність проводити безпосередні обчислення для деяких номерів ($n=1,2,3,\ldots,15$), проте за його допомогою можна уточнити нерівність.

Розглянемо інше доведення нерівності, що базується на більш тонких методах – а саме використання методу Штурма [2].

Розглянемо поведінку суми $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$, $0<a\le x,y\le b$ при наближенні чисел $x,y,$ вважаючи їх суму $x+y$ сталою. За цих умов їхній добуток $x\cdot y$ буде зростати, а тому $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}$ і сума $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ при наближенні чисел буде спадати. На основі таких міркувань, доводиться таке твердження:

Нехай числа $0<a\le x_1,x_2,x_3,\ldots,x_n\le b$. Довести, що

$$\left(x_1+x_2+x_3+\ldots+x_n\right)\cdot\left(\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}+\frac{1}{x_3}+\ldots+\frac{1}{x_n}\right)\le\frac{(a+b)^2}{4ab}n^2.$$

Дана задача була запропонована на 12-ій Всесоюзній математичній олімпіаді.

З використанням цього твердження доведення нашої нерівності є майже елементарним.

Помітимо, що $1\le\frac{k+1}{k}=1+\frac{1}{k}\le 2\Rightarrow a=1, b=2$, тому

$$\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}\right)\le\frac{(1+2)^2}{4\cdot1\cdot2}n^2=\frac{9n^2}{8}.$$

Доведемо першу нерівність з використанням методу математичної індукції. Позначимо для скорочення запису через $S(n)=\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}\right)$.

Нехай $n=1$, тоді маємо $S(1)=-\frac{1+1}{1}\cdot\frac{1}{1+1}\le\frac{9}{8}$.

Нехай нерівність має місце і при деякому $k=n,$ тобто виконується

$$S(n)=\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}\right)\le\frac{9n^2}{8}.$$

Отже, слід перевірити справедливість цієї нерівності і при $k=n+1$

$S(n+1)\le\frac{9(n+1)^2}{8}=\frac{9n^2}{8}+\frac{9n}{4}+\frac{9}{8}$.

$$S(n+1)=\left(\sum_{k=1}^{n+1}\frac{k+1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n+1}\frac{k}{k+1}\right)=\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}+\frac{n+2}{n+1}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}+\frac{n+1}{n+2}\right)=$$

$$=S(n)+\frac{n+1}{n+2}\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}+\frac{n+2}{n+1}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}+1\le$$

$$\le\frac{9n^2}{8}+1+\frac{n+1}{n+2}\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}+\frac{n+2}{n+1}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}.$$

Доведемо допоміжну нерівність:

$$\frac{n+1}{n+2}\sum_{k=1}^{n}\frac{k+1}{k}+\frac{n+2}{n+1}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{k+1}\le\frac{9n}{4}+\frac{1}{8}.$$

Зробивши перетворення, отримаємо

$$\frac{n+1}{n+2}\sum_{k=1}^{n}(1+\frac{1}{k})+\frac{n+2}{n+1}\sum_{k=1}^{n}(1-\frac{1}{k+1})=$$

$$=\frac{n(n+1)}{n+2}+\frac{n+1}{n+2}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}+\frac{n(n+2)}{n+1}-\frac{n+2}{n+1}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k+1}=$$

$$=n\cdot\left(\frac{n+1}{n+2}+\frac{n+2}{n+1}\right)+\frac{n+1}{n+2}-\frac{n+2}{(n+1)^2}-\left(\frac{n+2}{n+1}-\frac{n+1}{n+2}\right)\sum_{k=2}^{n}\frac{1}{k}\le$$

$$\le 2n+\frac{n+1}{n+2}-\frac{n+2}{(n+1)^2}-\frac{1}{2}\left(\frac{n+2}{n+1}-\frac{n+1}{n+2}\right)=$$

$$=2n+\frac{n+1}{n+2}-\frac{n+2}{(n+1)^2}-\frac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}\le 2n+\frac{n+1}{n+2}-\frac{n+2}{(n+1)^2}-\frac{2n+2}{2(n+1)(n+2)}=$$

$$=2n+\frac{n}{n+2}-\frac{n+2}{(n+1)^2}.$$

Перевірка показує, що при $n=1$ допоміжна нерівність справедлива, а при $n\ge 2$ завжди буде виконуватися $\frac{n}{n+2}-\frac{n+2}{(n+1)^2}\le\frac{n}{4}+\frac{1}{8}$.

Тому використавши допоміжну нерівність отримаємо:

$$S(n+1)\le\frac{9n^2}{8}+1+2n+\frac{n}{4}+\frac{1}{8}=\frac{9n^2}{8}+\frac{9n}{4}+\frac{9}{8}=\frac{9(n+1)^2}{8}.$$

Доведемо другу нерівність (для всіх натуральних чисел n довести нерівність):

$$\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2+k-1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2-k}{k+1}\right)\le\frac{9n^4}{8}.$$

Міркуючи аналогічно попередньому випадку, розглянемо суми

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2+k-1}{k}=\sum_{k=1}^{n}\left(2k+1-\frac{1}{k}\right)=\sum_{k=1}^{n}(2k+1)-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}=n^2+2n-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$$

та

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2-k}{k+1}=\sum_{k=1}^{n}(2k-3)+3\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k+1}=\sum_{k=1}^{n}(2k-3)+3\sum_{k=2}^{n+1}\frac{1}{k}=n^2-2n+3\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}.$$

Тоді

$$\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2+k-1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2-k}{k+1}\right)=\left(n^2+2n-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\right)\cdot\left(n^2-2n+3\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\right).$$

Нескладно помітити, що при $n\ge 9$ матимемо $3\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}<n,$ це можна перевірити безпосередніми підрахунками або для цього можна використати відомий факт, встановлений ще Л. Ойлером, що частинні суми гармонічного

ряду $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$ зростають зі швидкістю $\ln n$: $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}=\ln n+\gamma+\varepsilon_n$, де $\gamma\approx 0,5772$ – стала Ойлера-Маскероні, ε_n із зростанням n спадає до нуля.

Тоді при матимемо $n\geq 9$ нерівність:

$$\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2+k-1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2-k}{k+1}\right)\leq\left(n^2+2n\right)\cdot\left(n^2-n\right)=n^2\left(n+2\right)\left(n-1\right)=n^2\left(n^2+n-2\right).$$

Розглянемо тепер нерівність:

$$n^2\left(n^2+n-2\right)\leq\frac{9n^4}{8}\Leftrightarrow n^2+n-2\leq\frac{9n^2}{8},$$

або $\frac{n^2}{8}-n+2\geq 0$, при $n\geq 9$ завжди справедлива.

Отже, нерівність при $n\geq 9$ $\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2+k-1}{k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{2k^2-k}{k+1}\right)\leq\frac{9n^4}{8}$ є справедливою, для $n=1,2,3,\ldots,8$ її справедливість перевіряється безпосередніми обчисленнями.

Також другу нерівність можна довести з використанням методу математичної індукції. Доведення в силу його громіздкості опустимо.

Як бачимо, кожну нерівність можна довести різними методами, кожен з яких має свої переваги та недоліки. Самим простим у нашому випадку було використання елементарних фактів шкільного курсу і при цьому ми навіть починаючи з деякого номера мали навіть точнішу нерівність, проте недоліком є перевірка нерівності на деякій множині номерів. Більш точно оцінюючи частинні суми $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$ можна звузити множину номерів, на якій слід перевіряти справедливість нерівності. Метод Штурма не входить до обов'язкової програми шкільного курсу і для знайомства з ним учням та студентам слід самостійно опрацювати матеріал. Метод математичної індукції входить до програми профільного та поглибленого рівня, але недоліком цього методу отримання нових нерівностей, доведення яких не завжди елементарне.

Висновки з дослідження і перспективи подальших розробок напряму. Розв'язування конкурсних та олімпіадних задач учнями і студентами є гарним підґрунтям та підготовкою до майбутньої наукової діяльності. На відміну від традиційних олімпіад турнір юних математиків – це колективне змагання, яке дає можливості школярам успішно проводити науковий пошук та ознайомитися з різноплановою математичною літературою під керівництвом тренерів. Турнірні задачі передбачають необхідність наукового дослідження; результат залежить від глибини розуміння проблеми, певних обмежень та додаткових умов, часто такі дослідження передбачають можливість узагальнити проблему.

Подальші дослідження будуть спрямовані на доведення цієї нерівності іншими способами за допомогою класичних нерівностей; уточненні даних доведень та можливому узагальненні цієї нерівності. Статтю рекомендуємо вчителям математики, студентам фізико-математичних факультетів та усім, хто займається математичною підготовкою обдарованих школярів до участі в олімпіадах та математичних турнірах.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Київські міські математичні олімпіади. 2003–2011 роки /А.В. Анікушин, О.О.Клурман, Г.В.Крюкова та ін. за ред. Б.В.Рубльова. Харків: Гімназія, 2011. 192с.
2. Курляндчик Л. Приближение к экстремуму /Квант, №1, 1981. С.21-25. / URL: http://kvant.mccme.ru/1981/01/p21.htm (дата звернення 08.11.2019)
3. Лейфура В.М., Мітельман І.М., Радченко В.М., Ясінський В.А. Математичні олімпіади школярів України: 2001-2006. Львів: Каменяр, 2008. 348 с. / URL: https://www.twirpx.com/file/2049208/ (дата звернення 08.11.2019)
4. Храбров А.И. Вокруг монгольского неравенства. Математическое просвещение. сер. 3, №7. Москва: МЦНМО, 2003. С. 149-162.
5. Ясінський В.А. Задачі математичних олімпіад та методи їх розв’язування. Тернопіль: Навчальна книга, Богдан, 2008. 208 с.
6. Ясінський В.А., Панасенко О.Б. Секрети підготовки школярів до Всеукраїнських та міжнародних олімпіад. Алгебра. Навчально-методичний посібник. Вінниця: Середняк Т.К., 2015. 272 с.

REFERENCES

1. Anikushyn, A.V. and Klurman, O.O. and Kriukova, H.V. and Rublov, B.V. (2011) Kyivski miski matematychni olimpiady. 2003–2011 roky Kharkiv: Himnaziia [in Ukrainian].

2. Kurliandchyk L. (1981) Pryblyzhenye k ekstremumu. Kvant, 1 (1981), 21-25. / URL: http://kvant.mccme.ru/1981/01/p21.htm (accessed 08.11.2019) [in Russian].

3. Leifura, V.M. and Mitelman, I.M. and Radchenko, V.M. and Yasinskyi, V.A. (2008) Matematychni olimpiady shkoliariv Ukrainy: 2001-2006. Lviv: Kameniar URL: https://www.twirpx.com/file/2049208/ (accessed 08.11.2019) [in Ukrainian].

4. Khrabrov, A.Y. (2003) Vokruh monholskoho neravenstva Matematycheskoe prosveshchenye. Moskva: MTsNMO, ser. 3, №7 [in Russian].

5. Yasinskyi, V.A. (2008) Zadachi matematychnykh olimpiad ta metody yikh rozviazuvannia. Ternopil: Navchalna knyha, Bohdan [in Ukrainian].

6. Yasinskyi, V.A. and Panasenko, O.B. (2015) Sekrety pidhotovky shkoliariv do Vseukrainskykh ta mizhnarodnykh olimpiad. Alhebra. Navchalno-metodychnyi posibnyk. Vinnytsia: Seredniak T.K. [in Ukrainian].

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Ізюмченко Людмила Володимирівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Коло наукових інтересів: особливості роботи з обдарованими дітьми, олімпіадні задачі, методика навчання математики, проблеми організації самостійної роботи студентів та школярів, ЗНО.

Гаєвський Микола Вікторович – кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Коло наукових інтересів: функціональний аналіз, теорія апроксимації, особливості роботи з обдарованими дітьми, олімпіадні задачі.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

IZIUMCHENKO Liudmyla Volodymyrivna candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of Department of Physics and Mathematics at the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical

University.

Circle of scientific interests: specific aspects of work with gifted pupils, competition problems, methods of teaching mathematics, organization problems of independent work of students and pupils, EIT.

HAIEVSKYI Mykola Viktorovych candidate of physical and mathematical sciences, senior lecturer of Department of Physics and Mathematics at the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University.

Circle of scientific interests: functional analysis, approximation theory, specific aspects of work with gifted pupils, olympiad tasks.

ІЗЮМЧЕНКО Людмила Володимирівна, ГАЄВСЬКИЙ Микола Вікторович. ЗАЛУЧЕННЯ УЧНІВ ДО НАУКОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ (НА ПРИКЛАДІ ПІДГОТОВКИ КОМАНД ДО УЧАСТІ В ОЛІМПІАДАХ ТА ТУРНІРАХ ЮНИХ МАТЕМАТИКІВ)

Анотація. *Розв’язування конкурсних та олімпіадних задач учнями і студентами є гарним підґрунтям та підготовкою до майбутньої наукової діяльності. У статті розкриваються математичні аспекти підготовки учнів до розв’язування конкурсних завдань на прикладі однієї задачі (доведення нерівності та її узагальнення), запропонованої на XXII Всеукраїнському турнірі юних математиків імені професора М.Й. Ядренка. До задачі наведено декілька різних способів її доведення, у тому числі використання фактів елементарної математики, метод Штурма, метод математичної індукції; проаналізовані можливості доведення іншими способами, їхні переваги та недоліки; проведено порівняння з точки зору вікових можливостей дослідників; визначено оптимальний спосіб доведення з позиції знань школярів; проведено паралель між олімпіадною задачею та даною нерівністю, показано, як з використанням результатів олімпіадної задачі можна довести нерівність.*

Ключові слова: *олімпіадні задачі, методи наукових досліджень, метод доведення нерівностей від супротивного, метод математичної індукції, застосування класичних нерівностей, метод Штурма.*

ИЗЮМЧЕНКО Людмила Владимировна, ГАЕВСКИЙ Николай Викторович. ПРИОБЩЕНИЕ УЧАЩИХСЯ К НАУЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ (НА ПРИМЕРЕ ПОДГОТОВКИ КОМАНДЫ К УЧАСТИЮ В ОЛИМПИАДАХ И ТУРНИРЫ ЮНЫХ МАТЕМАТИКОВ)

Аннотация. *Решение конкурсных и олимпиадных задач учащимися и студентами является хорошим основанием и подготовкой к будущей научной деятельности. В статье раскрываются математические аспекты подготовки учащихся к решению конкурсных задач на примере одной задачи (доказательство неравенства и его обобщение), предложенной на XXII Всеукраинском турнире юных математиков имени профессора М.И. Ядренко. К задаче приведены несколько различных способов ее доказательства, в том числе использование фактов элементарной математики, метод Штурма, метод* *математической индукции; проанализированы возможности доказательства другими способами, их преимущества и недостатки; проведено сравнение с точки зрения возрастных возможностей исследователей; определен оптимальный способ доказательства с позиции знаний школьников; проведена параллель между олимпиадной задачей и данным неравенством, показано, как с использованием результатов олимпиадной задачи можно доказать неравенство.*

Ключевые слова: *олимпиадные задачи, методы научных исследований, метод доказательства неравенств от противного, метод математической индукции, применение классических неравенств, метод Штурма.*

IZIUMCHENKO Liudmyla Volodymyrivna, HAIEVSKYI Mykola Viktorovych. INVOLVEMENT OF STUDENTS IN SCIENTIFIC ACTIVITIES (IN THE CONCEPT OF TEAM PREPARATION FOR PARTICIPATION IN OLYMPIADS AND TOURNAMENTS OF YOUNG MATHEMATICIANS)

Abstract: *Solving of competitive and olympiad tasks by students is a good basis and preparation for future scientific activity, because mastering methods of solving olympiad tasks requires hard, active and focused independent work, and also develops their creativity and level of interest in mathematics. Unlike traditional olympiads, the Young Mathematicians' Tournament is a collective competition that enables students to successfully conduct a scientific research and to become acquainted with the varied mathematical literature under the guidance of coaches. Tournament tasks require scientific research; the result depends on the depth of understanding of the problem, certain limitations and additional conditions; such studies often provide an opportunity to generalize the problem.*

The purpose of the article is to unveil the mathematical aspects of preparing students for solving competitive tasks on the example of one problem (proof of inequality and its generalization), which has been proposed at the XXII All-Ukrainian Tournament of Young Mathematicians named after Professor M.I. Yadrenko (2019). The problem is presented with several different ways of proof of inequality, alternative possibilities of proving with analysis of their advantages and disadvantages; a comparison was made in terms of researchers' age-related capabilities; determined the best way to prove from the students' knowledge standpoint; a parallel between the olympiad problem and the given inequality is drawn, it is shown how one can prove the inequality using the results of this task.

The simplest way in our case is to use the elementary facts of a school math course; however, starting with the certain number we've got a more exact inequality, but the disadvantage is checking the inequality on a certain range of numbers; more accurate estimating the partial sums can narrow down the range of numbers on which the inequality should be checked. The Sturm method is not part of the compulsory curriculum of the school course, and students should be able to process the material independently to get acquainted with it. The method of mathematical induction is part of the program of profile and advanced level, but the disadvantage of this method is obtaining new inequalities, the proof of which is not always elementary. Further studies will focus on proof of this inequality in other ways using classical inequalities and with help of method of generalizing.

Keywords*: olympiad problems, methods of scientific research, method of proving inequalities from the opposite, method of mathematical induction, application of classical inequalities, Sturm method.*