УДК 372.851 : 373.51

ІЗЮМЧЕНКО *Людмила Володимирівна*
кандидат фізико-математичних наук, доцент,
доцент кафедри математики
Центральноукраїнського державного педагогічного
університету імені Володимира Винниченка
ORCID ID 0000-0001-8656-2220
e-mail: l.iziumch@gmail.com

АНАЛІЗ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАВДАНЬ ПРАКТИЧНОГО ЗМІСТУ СЕРТИФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ ЗНО З МАТЕМАТИКИ

Постановка та обґрунтування актуальності проблеми. На сьогодні в Україні підсумкове оцінювання з математики учнів старшої школи відбувається у формі зовнішнього незалежного оцінювання якості знань (ЗНО). При цьому ЗНО має контролюючу функцію, забезпечуючи оцінку з державної підсумкової атестації, та діагностичну, бо є інструментом відбору випускників до вищих закладів освіти.

Вважається, що для успішного складання ЗНО з математики достатньо мати гарні знання з предмету. Досвід роботи у класах з профільним рівнем вивчення математики показує, що сильні учні, які добре навчаються, достатньо легко розв’язують задачі другого і третього рівнів, проте допускають більшу кількість помилок у задачах першого рівня, потрапляючи в специфічні пастки, які «заховані» у завданнях першого рівня (які оцінюються в один бал). Особливо складними для учнів є задачі практичного змісту, які вони розв’язують неправильно або пропускають їх під час тестування в надії повернутися до них потім і так і не повертаються за браком часу, бо більш пріоритетними для них є завдання відкритої форми (другого, третього, четвертого рівнів), які оцінюються у два, чотири та шість балів, відповідно. А тому питання якісної підготовки учнів до складання ЗНО з математики є дуже актуальним.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Учені, педагоги-практики приділяють значну увагу різним аспектам, пов'язаним з процедурою проведення ЗНО, підготовкою учнів до складання ЗНО, психологічним, методичним питанням і т. ін. Загальні питання моніторингу якості освіти досліджували Анісімов А.Ю., Раков С.А., Сидоренко О.Л. та ін.; питання удосконалення тестових завдань ЗНО досліджували Абрамчук А.М., Бахрушин В.Є., Захарійченко Ю.О., Любчик Л.М., Ломакович С.В., Панченков А.О., Святокум О.Є., Терещенко В.М., Школьний О.В. та ін.; питання підготовки до ЗНО та результативність розглядали Бабюк М.В., Климець І.Ю., Бахматюк Д.М. та ін.; структуру і зміст ЗНО з математики та питання, пов'язані з переведенням реальних балів у 200-бальну шкалу, досліджували Ізюмченко Л.В., Філєр З.Ю. та ін.; комп'ютерну систему інтерактивного тестування знань та вмінь учнів розглядали Кулик А.С., Мазорчук М.С., Раков С.А., Сидоренко О.Л., Чухрай А.Г. та ін. Перспективні напрямки розвитку освітніх вимірювань в Україні досліджували Раков С.А., Сергієнко В.П., Сергієнко Н.В., Ковальчук Ю.О., Лісова Т.В., Кушнір В.А., Ріжняк Р.Я. та ін.; тестування у закладах вищої освіти, проблеми організації оцінювання якості освіти у вищій школі досліджували Авраменко О.В., Білецька Ю.Г., Бондаренко М.І., Кравченко С.Г., Лупан І.В., Патрило Л.М., Присяжнюк А.О., Шлянчак С.О., Щудло С.А. та ін.

Незважаючи на значну кількість досліджень, присвячених ЗНО, проблема підготовки до виконання сертифікаційної роботи з математики учнями висвітлена недостатньо та потребує подальшого дослідження.

Метою статті є розкриття методичних аспектів підготовки учнів до розв'язування планіметричних завдань зовнішнього незалежного оцінювання якості знань учнів з математики, які є актуальними на цей час і які можна оцінити у розрізі багаторічного досвіду роботи автора у фізико-математичних класах Наукового ліцею м. Кропивницького та спілкування з учителями області на постійно діючому семінарі для вчителів з проблеми «Актуальні аспекти підвищення педагогічної майстерності вчителя у підготовці учнів до ЗНО з математики», який проводиться Комунальним закладом «Кіровоградський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти імені Василя Сухомлинського».

Методи дослідження. Для реалізації поставленої мети та виконання завдань статті використано теоретичні (аналіз першоджерел з проблеми дослідження, освітніх програм, синтез, порівняння) та емпіричні (педагогічне спостереження, проведення навчального експерименту із використанням запропонованої методики навчання) методи дослідження.

Виклад основного матеріалу дослідження. Аналіз сертифікаційних робіт ЗНО з математики з 2008 р. по 2018 р. свідчить, що частка задач з геометрії складає у середньому 33–34% від загальної кількості завдань, причому частка задач з планіметрії складає у середньому 18 % [1]. Досвід перевірки відкритої частини ЗНО та математичних олімпіад показує, що значна частина учнів не володіє достатніми навичками у розв’язанні геометричних задач, найпростіші планіметричні завдання стають каменем спотикання навіть для тих учнів, які успішно справляються із завданнями з алгебри, причому це відноситься не тільки до завдань, для розв’язання яких необхідно проявити певну винахідливість, але і до завдань, що розв’язуються із застосуванням стандартних теорем і формул шкільного курсу геометрії, таких як нерівність трикутника, теорема Піфагора, теореми косинусів, синусів, формули площі трикутника тощо. Зрозуміло, що невпевненість у розв’язуванні простих геометричних задач на одну – дві дії зумовлюють невміння розв’язувати складніші планіметричні та стереометричні задачі, при розв’язанні яких ми так чи інакше переходимо до найпростіших планіметричних конструкцій. Оскільки завдання сертифікаційної роботи з математики ЗНО перевіряють основні теоретичні знання, практичні уміння й навички з геометрії, у тому числі розв'язування задач, побудову математичних моделей та їх дослідження, знаходження кількісних характеристик геометричних фігур, аналіз інформації, наведеної в графічній та текстовій формах, то у учнів з цим виникають неабиякі труднощі, оскільки значна кількість учасників зовнішнього незалежного оцінювання з математики має лише фрагментарні знання основних співвідношень тригонометрії, геометрії; абітурієнти часто не можуть правильно проаналізувати й зрозуміти інформацію, наведену за допомогою графіка або рисунка, зіставити її з умовою завдання [1]. У значній мірі це стосується геометричних завдань практичного змісту.

Ми пропонуємо починати підготовку до написання сертифікаційної роботи ЗНО з математики з питань процедури проведення ЗНО, заповнення бланків, стандартних речей при підготовці до будь-якого випробування. Власне повторення геометрії рекомендуємо починати з основних термінів і понять та аксіом планіметрії; умов того, що три точки лежать на одній прямій, та нерівності трикутника, наприклад:

Приклад 1. На прямій *a* вибрано три точки *A*, *B*, *C* так, що *AB*=2,8 м, *AC*=4,2 м. Обчисліть відстань між точками *B* і *C* [2].

А	Б	В	Г	Д
1,4 м	7 м	1,4 м або 7 м	3,5 м	8 м

Розв'язання. Для трьох різних точок на прямій тільки одна з них лежить між двома іншими. Зафіксуємо одну з точок на прямій *a*, наприклад точку *A*, тоді точки *B* і *C* лежать на прямій *a* або по один бік від неї (враховуючи умову, отримаємо, що точка *B* лежить між *A* і *C*), або по різні боки (точка *A* лежить між точками *B* і *C*).

У першому випадку *BC* = 4,2–2,8 = 1,4 м, у другому *BC* = 4,2+2,8 = 7 м.

Відповідь: В.

Нехтування такими вправами при повторенні означає майже стовідсоткову втрату балу за нескладну задачу ЗНО. Наведемо приклад задачі на нерівність трикутника, яку згідно з офіційним звітом ЗНО виконали правильно лише 31% учнів, тобто задача виявилася непосильною майже для 70% учнів.

Приклад 2 (ЗНО, 2016 р.). Якому значенню серед наведених *може* дорівнювати довжина сторони AC трикутника ABC, якщо AB=3 см, BC=10 см? Обчисліть відстань між точками B і C (Ключ Г).

А	Б	В	Г	Д
3 см	5 см	7 см	11 см	15 см

Розбираючи цю задачу, важливо разом з учнями придумати практичні конструкції, які б ілюстрували нерівність трикутника (палатка, днище якої виражається найбільшим із трьох чисел, тоді «покриття» має бути більшим, бо не вийде палатка і т. ін.). Наведемо декілька вправ на нерівність трикутника, які ми рекомендуємо розв'язати з учнями при закріпленні цієї теми:

Вправа 1. Якого найменшого цілочислового значення може набувати третя сторона трикутника, дві сторони якого дорівнюють 2 і 10 см? (Ключ Б).

А	Б	В	Г	Д
8 см	9 см	10 см	11 см	12 см

Вправа 2. Якого найбільшого цілочислового значення може набувати периметр трикутника, дві сторони якого дорівнюють 7 і 13 см? (Ключ Г).

А	Б	В	Г	Д
27 см	30 см	35 см	39 см	40 см

Вправа 3. Скільки різних цілочислових значень може набувати третя сторона трикутника, дві сторони якого дорівнюють 5 і 11 см? (Ключ В).

А	Б	В	Г	Д
5	7	9	10	11

Вправа 4. У яких межах лежить третя сторона *а* трикутника, дві сторони якого дорівнюють 7 і 11 од.? (Ключ А).

А	Б	В	Г	Д
$a \in (4;18)$	$a \in [4;18]$	$a \in (5;17)$	$a \in [5;17]$	$a \in (7;11)$

Вправа 5. Периметр трикутника дорівнює 21 од. У яких межах лежить найбільша сторона *а* цього трикутника? (Ключ Д).

А	Б	В	Г	Д
$a \in (8;10)$	$a \in [8;10]$	$a \in (7;10{,}5)$	$a \in (7;10{,}5]$	$a \in [7;10{,}5)$

Вправа 6. Периметр трикутника дорівнює 12 од. У яких межах лежить найменша сторона *а* цього трикутника? (Ключ В).

А	Б	В	Г	Д
$a \in (0;6)$	$a \in [1;4]$	$a \in (0;4]$	$a \in [4;6)$	$a \in (4;6)$

Наступні вправи є завданнями, які допускають декілька геометричних інтерпретацій, а тому важливо не пропустити усі варіанти, важливо при цьому контролювати кінцеву відповідь на предмет існування трикутника:

Вправа 7. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 17 м, а одна із сторін 5 м. Якого значення може набувати найбільша сторона трикутника? (Ключ Д).

А	Б	В	Г	Д
5 м	6 м	7 м	8 м	6 м або 7 м

Вправа 8. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 21 дм, а одна із сторін 9 дм. Якого значення може набувати найменша сторона трикутника? (Ключ Г).

А	Б	В	Г	Д
3 дм	5 дм	6 дм	3 дм або 6 дм	9 дм

Вправа 9. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 24 см, а одна із сторін 4 см. Якого значення може набувати найбільша сторона трикутника? (Ключ В).

А	Б	В	Г	Д
4 см	8 см	10 см	10 см або 16 см	16 см

Значна увага при повторенні має бути відведена теоремам синусів і косинусів та наслідкам із них. Доцільно спочатку повторити означення тригонометричних функцій гострого кута прямокутного трикутника.

Приклад 3 (ЗНО, 2014 р.). У гострокутному трикутнику *ABC* проведено висоту *BM*. Визначте довжину сторони *AB*, якщо $BM=12$, $\angle A=\alpha$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{12}{\cos\alpha}$	$12\cos\alpha$	$12tg\alpha$	$12\sin\alpha$	$\frac{12}{\sin\alpha}$

Правильну відповідь (Д) до цієї задачі навели лише 33,40% учнів, які складали ЗНО. У завданні № 8 ЗНО 2015 року треба було вибрати, чому дорівнює косинус фіксованого гострого кута прямокутного трикутника, якщо відомі катети і гіпотенуза, і 60% учнів обрали неправильні відповіді!

Під час повторення теореми косинусів із акцентом на *сторони* трикутника доцільно розглянути три типи принципово різних задач, бажано, щоб інформація (вхідна умова) подавалась у різних видах.

Перший тип (найпростіший): є дві сторони і *кут між ними*, треба знайти третю сторону; або є залежність між двома сторонами, відомий кут між ними та відома третя сторона.

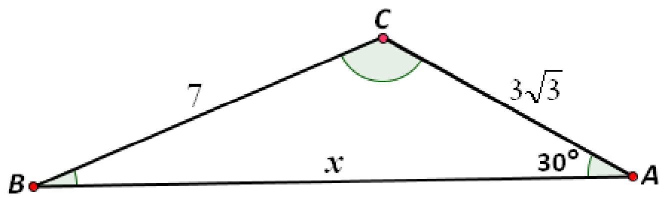
Приклад 4 (ЗНО, 2009 р.). Гострий кут паралелограма дорівнює 60^{o}, а його сторони – 3 см і 4 см. Обчисліть довжину меншої діагоналі паралелограма.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{37}$ см	$\sqrt{31}$ см	5 см	$\sqrt{19}$ см	$\sqrt{13}$ см

Правильну відповідь (Д) до цієї задачі навели лише 26,09% учнів, які складали ЗНО, але ж це є пряме застосування теореми косинусів!

Другий тип: є дві сторони і кут, прилеглий тільки до однієї із сторін, треба знайти третю сторону; або є залежність між двома сторонами, відомий кут *не між ними* та відома третя сторона.

Приклад 5. Використовуючи дані рисунка, обчисліть невідому сторону трикутника *ABC* [2].



Розв'язання. Запишемо теорему косинусів, використовуючи відому сторону, яка лежить навпроти заданого в умові кута: $7^2 = x^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot 3\sqrt{3} \cdot \cos 30^\circ$, спростимо отримане рівняння, матимемо квадратне рівняння $x^2 - 9x - 22 = 0$, розв'язками якого є –2 та 11, умову задачі задовольняє лише x=11. Відповідь: 11 лін. од.

Зауважимо, що у задачах такого типу можливі один, два та нуль розв'язків.

Третій тип: Є *три сторони* трикутника, потрібно визначити один із кутів.

Приклад 6. Обчисліть найбільший кут трикутника *ABC*, сторони якого дорівнюють 7, $8\sqrt{2}$ і 17 см.

Розв'язання. Упорядкуємо за зростанням сторони трикутника, отримаємо, що $7 < 8\sqrt{2} < 17$. Нас цікавить кут, який лежить навпроти сторони 17 см. Запишемо теорему косинусів: $\cos x = \dfrac{7^2 + \left(8\sqrt{2}\right)^2 - 17^2}{2 \cdot 7 \cdot 8\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, маємо табличне значення, а тому $x = 135^\circ$ – найбільший за величиною кут даного трикутника.

Відповідь: 135°.

Більш складну задачу на застосування і векторів, і теореми косинусів маємо у ЗНО 2016 р. (задача № 29 не входить у ДПА з математики).

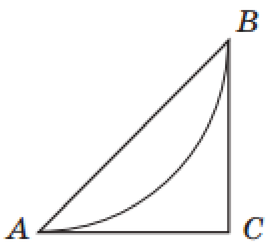
Приклад 7. У прямокутній системі координат на площині задано паралелограм *ABCD,* cos *A*=0,4. Визначте довжину діагоналі *BD* паралелограма, якщо скалярний добуток векторів $\overline{AB}(6;-8)$ і $\overline{AD}$ дорівнює 96.

Розв’язання. Оскільки вектор $\overline{AB}(6;-8)$ відомий, то можемо обчислити його довжину: модуль вектора $\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{6^2 + (-8)^2} = 10$. Використаємо даний в умові скалярний добуток векторів: $\left(\overline{AB} \cdot \overline{AD}\right) = \left|\overline{AB}\right| \cdot \left|\overline{AD}\right| \cdot \cos A$, тоді матимемо рівняння: $96 = 10 \cdot \left|\overline{AD}\right| \cdot 0{,}4 \Rightarrow \left|\overline{AD}\right| = 24$. Тепер у нас відомі дві сторони паралелограма і кут (косинус кута) між ними; так як діагональ *BD* паралелограма лежить навпроти кута *A*, за теоремою косинусів знаходимо діагональ $BD^2 = 10^2 + 24^2 - 2 \cdot 10 \cdot 24 \cdot 0{,}4$. Звідки: $BD = \sqrt{2^2 \cdot (25 + 144 - 48)} = 22$.

Зауважимо, що цю задачу розв’язали усього 5,19 % абітурієнтів, тобто вона була дуже важкою для них.

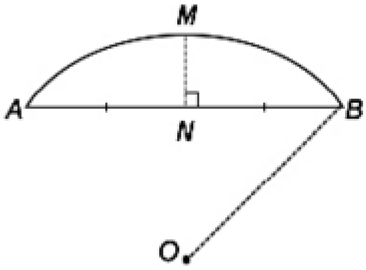
Найбільших проблем зазнають учасники тестування, якщо у задачі є необхідність проаналізувати й зрозуміти інформацію, наведену за допомогою рисунка, зіставити її з умовою завдання, побудувати відповідну математичну модель. Здебільшого це стосується завдань практичного змісту як з алгебри, так і з геометрії [1]. Розглянемо двобальні задачі із ЗНО (приклади 8, 9):

Приклад 8 (ЗНО, 2013 р., І сесія). План паркової зони, обмеженої трикутником *ABC*, зображено на рисунку. Дуга *AB* – велосипедна доріжка. Відомо, що дуга *AB* є четвертою частиною кола радіуса 1,8 км. *CA* і *CB* – дотичні до цього кола (*A* і *B* – точки дотику). Обчисліть площу зображеної на плані паркової зони (у км^2).



Розв’язання. Нехай O – центр кола, для якого дуга AB є чвертю кола; з того, що CA і CB – дотичні до цього кола, випливає, що $OACB$ – квадрат. Тоді паркова зона (трикутник ABC) є половиною цього квадрата. Площа половини квадрату (відома його сторона): $\frac{1}{2}\cdot 1{,}8\cdot 1{,}8 = 0{,}9\cdot 1{,}8 = 1{,}62$ км^2.

Відповідь: 1,62 км^2.

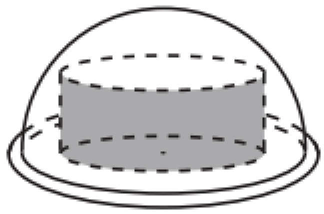


Приклад 9 (пробне ЗНО, 2014 р.). На рисунку схематично зображено опуклий міст, що має форму дуги AMB кола з центром у точці O. MN – серединний перпендикуляр до AB, $MN = 3$ м. Визначте довжину радіуса OB (у м), якщо довжина відрізка AB дорівнює 12 м.

Розв’язання. Проаналізувавши задачу, маємо: $OA = OM = OB$, як радіуси; нехай $OB = x$, тоді $ON = x-3$, $NB = 6$. Для прямокутного трикутника ONB записуємо теорему Піфагора: $x^2=(x-3)^2+6^2$, звідки $6x = 45$, або $2x=15$, а тоді $x=7{,}5$ м. Відповідь: 7,5 м.

Це були приклади двобальних задач, оцінимо, які задачі практичного змісту оцінювалися в один бал.

Приклад 10 (ЗНО, 2013 р., ІІ сесія). Для розігрівання в мікрохвильовій печі рідких страв використовують посудину у формі циліндра, радіус основи якого дорівнює 9 см. Посудина ставиться на горизонтальний диск у формі круга і накривається кришкою, що має форму півсфери (див. рисунок). Радіус півсфери дорівнює 12 см і є меншим за радіус круга. Укажіть найбільше з наведених значень, якому може дорівнювати висота посудини, якщо посудина не торкається кришки.



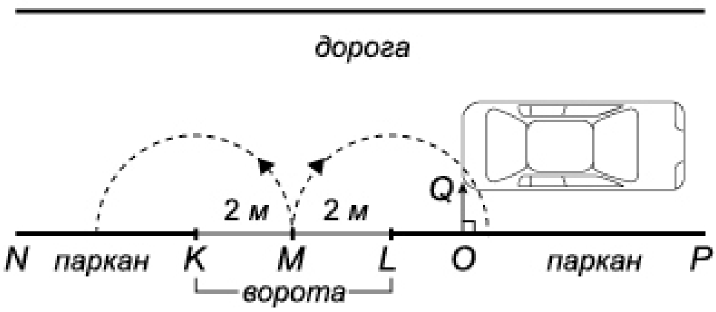
А	Б	В	Г	Д

3 см	5 см	6 см	7 см	8 см

Розв'язання. Нехай x – висота посудини, за якої відбудеться дотик (нам потрібно вибрати строго меншу за x висоту), за теоремою Піфагора $12^2=x^2+9^2$, звідки $x=\sqrt{63}$, а тоді найбільше цілочислове значення, яке строго менше за x, є 7 см. Правильна відповідь: Г.

Приклад 11 (ЗНО, 2014 р., додаткова сесія). Автомобіль рухався по дорозі паралельно паркану NP і зупинився біля закритих воріт KL так, як зображено на рисунку. Відомо, що розмах стулки воріт LM становить 2 м, $OQ = 1$ м. Укажіть найменшу з наведених довжину відрізка LO, при якій стулка LM не зачепить автомобіль за умови повного відкривання воріт. Уважайте, що ворота перпендикулярні до площини дороги і мають рівну прямокутну форму. Товщиною стулок знехтуйте.

А	Б	В	Г	Д
1,6 м	1,7 м	1,8 м	1,9 м	2 м

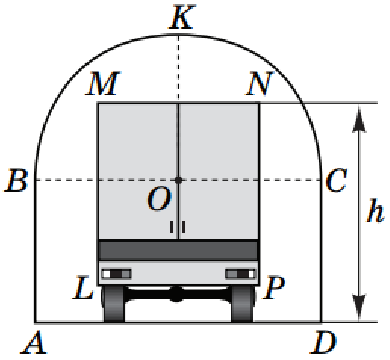


Розв'язання. Нехай x – довжина LO, за якої відбудеться дотик (нам потрібно вибрати строго *більшу* за x відстань, тоді стулка LM не зачепить машину), за теоремою Піфагора $2^2=x^2+1^2$, звідки $x=\sqrt{3}$, а тоді найменше із наведених значень, яке строго більше за x, є 1,8 м ($1{,}7^2=2{,}89$; $1{,}8^2=3{,}24$).

Правильна відповідь: В.

Приклад 12 (ЗНО, 2017 р.). На рисунку зображено поперечний переріз аркового проїзду, верхня частина якого (дуга BKC) має форму півкола радіуса $OC = 2$ м. Відрізки AB і DC перпендикулярні до AD, $AB = DC = 2$ м. Яке з наведених значень є найбільшим можливим значенням висоти h вантажівки, за якого вона зможе проїхати через цей арковий проїзд, не торкаючись верхньої частини арки (дуги BKC)? Уважайте, що $LMNP$ – прямокутник, у якому MN = 2,4 м і $MN \parallel AD$.

А	Б	В	Г	Д
4,4 м	4 м	3,7 м	3,5 м	3,2 м

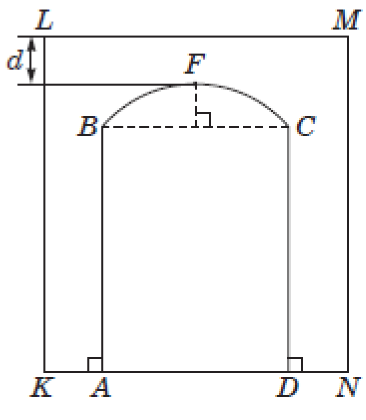


Розв’язання. Нехай x – відстань від точки N до BC, за якої вантажівка дотикається до дуги півкола, тоді ON = 2 м (радіусу півкола), відстань від O до NP дорівнює половині MN, тобто $d(O, NP)$ = 1,2 м, за теоремою Піфагора: $x=\sqrt{2^2-1{,}2^2}=\sqrt{0{,}8\cdot 3{,}2}=1{,}6$ м. Щоб вантажівка не дотикалася до дуги півкола (могла вільно проїхати), потрібно вибрати менше значення, ніж x, тоді висота вантажівки $h < d(N, BC) + DC$ = 1,6+2 = 3,6 м. А тому найбільше можливе значення висоти, яке задовольняє умову, є 3,5 м.

Правильна відповідь: Г. Цю задачу правильно розв’язали 24,3 % учнів.

Приклад 13 (ЗНО, 2018 р.). На рисунку зображено фрагмент поперечного перерізу стіни (прямокутник $KLMN$) з арковим прорізом $ABFCD$, верхня частина BFC якого є дугою кола радіуса 1 м. Відрізки AB і DC перпендикулярні до AD, $AB = DC$ = 2 м. AD = 1,6 м, KL = 2,75 м. Визначте відстань d від найвищої точки F прорізу до стелі LM.

А	Б	В	Г	Д
0,25 м	0,3 м	0,4 м	0,35 м	0,45 м



Розв’язання. Нехай O – центр кола, $OB = OC = OF$ = 1 м, P – середина відрізка BC, тоді PC = 0,8 м. Позначимо через x – відстань від точки O до відрізка BC, $OP = x$. За теоремою Піфагора $x=\sqrt{1^2-0{,}8^2}=\sqrt{1-0{,}64}=\sqrt{0{,}36}=0{,}6$ м.

А тоді PF = 1-0,6 = 0,4 м, відстань $d(F, AD)=AB+PF=2{,}4$ м, а шукана відстань $d(F, LM)$ = 2,75–2,4 = 0,35 м.

Правильна відповідь: Г. Цю задачу правильно розв'язали 38,4 % учнів.

Одна з причин того, то майже дві третини учнів не розв'язали задачу полягає в тому, що багато хто з учасників тестування не зміг правильно проаналізувати й зрозуміти інформацію, надану в невербальній формі, джерелом якої був рисунок, зіставити її з умовою завдання й побудувати відповідну математичну модель [1].

Висновки з дослідження і перспективи подальших розробок напряму. У даній роботі автор ділиться власним досвідом підготовки учнів до ЗНО, подальші дослідження будуть спрямовані на поширення авторської методики на інші розділи геометрії. Звичайно, розглянутими прикладами не обмежується підготовка до ЗНО з планіметрії, необхідно повторити суміжні та вертикальні кути, їхні властивості; бісектрису кута та її властивості; паралельні та перпендикулярні прямі; поняття перпендикуляра та похилої, серединного перпендикуляра; відстань від точки до прямої; ознаки паралельності прямих; теорему Фалеса, узагальнену теорему Фалеса; коло, круг, їхні елементи; центральні, вписані кутів та їхні властивості; властивості хорд; дотичні до кола та їхні властивості; види трикутників та метричні співвідношення у трикутнику; чотирикутники та їхні елементи та ін. [2, 3]. Статтю рекомендуємо вчителям математики, студентам фізико-математичних факультетів, учням основної та старшої школи та усім, хто займається підготовкою до зовнішнього незалежного оцінювання.

СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Офіційний звіт про проведення в 2018 році зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання, здобутих на основі повної

загальної середньої освіти. *Український центр оцінювання якості освіти.* 2018. Т 2. URL: http://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2018/08/ZVIT-ZNO_2018-Tom_2.pdf.

2. Ізюмченко Л.В., Ткаченко Л.А. Інтенсифікація підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання з математики (планіметрія). (З досвіду роботи вчителя математики комунального закладу «Педагогічний ліцей Кіровоградської міської ради Кіровоградської області», кандидата фізико-математичних наук Ізюмченко Людмили Володимирівни). Кропивницький: КОІППО імені Василя Сухомлинського, 2017. 100 с. URL: http://koippo.in.ua/druk/category/2017/

3. Захарійченко Ю.О., Школьний О.В., Захарійченко Л.І., Школьна О.В. Повний курс математики в тестах: Різнорівневі завдання. Харків: Вид-во «Ранок», 2018. 496 с.

REFERENCES

1. Ofitsiinyi zvit pro provedennia ZNO v 2018 rotsi [Official report on the conduct of external testing in 2018] available at: http://testportal.gov.ua/wp-content/uploads/2018/08/ZVIT-ZNO_2018-Tom_2.pdf (Accessed 7 March 2019).

2. Iziumchenko, L. V., and Tkachenko, L. A. (2017), Intensyfikatsiia pidhotovky do zovnishnoho nezalezhnoho otsiniuvannia z matematyky (planimetriia). (Z dosvidu roboty vchytelia matematyky komunalnoho zakladu «Pedahohichnyi litsei Kirovohradskoi miskoi rady Kirovohradskoi oblasti», kandydata fizyko-matematychnykh nauk Iziumchenko Liudmyly Volodymyrivny). [ntensification of preparation for external independent evaluation in mathematics (planimetry). (From the experience of the teacher of mathematics of the communal institution "Pedagogical lyceum of Kirovograd city council of Kirovograd region", candidate of physical and mathematical

sciences Izyumchenko Lyudmila Volodymyrivna)] KOIPPO imeni Vasylia Sukhomlynskoho, Kropyvnytskyi, Ukraine.

3. Zakhariichenko, Yu. O., Shkolnyi, O. V., Zakhariichenko, L. I., and Shkolna, O. V. (2018), Povnyi kurs matematyky v testakh: Riznorivnevi zavdannia [Complete math course in tests: Multi-level tasks], Vydavnytstvo «Ranok», Kharkiv, Ukraine.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

Ізюмченко Людмила Володимирівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Наукові інтереси: особливості роботи з обдарованими дітьми, олімпіадні задачі, методика навчання математики, проблеми організації самостійної роботи студентів та школярів, ЗНО.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ИЗЮМЧЕНКО Людмила Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики Центральноукраинского государственного педагогического университета имени Владимира Винниченко.

Научные интересы: особенности работы с одаренными детьми, олимпиадные задачи, методика обучения математике, проблемы организации самостоятельной работы студентов и школьников, ВНО.

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Iziumchenko Liudmyla Volodymyrivna candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of Department of Mathematics at the Central Ukrainian State Pedagogical University named after Volodymyr Vynnychenko.

Circle of scientific interests: specific aspects of work with gifted pupils, competition problems, methods of teaching mathematics, organization problems of independent work of students and pupils, EIT.

ІЗЮМЧЕНКО Людмила Володимирівна. АНАЛІЗ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАВДАНЬ ПРАКТИЧНОГО ЗМІСТУ СЕРТИФІКАЦІЙНОЇ РОБОТИ ЗНО З МАТЕМАТИКИ

Анотація. *У статті розглянуто методичні аспекти підготовки учнів до розв'язування геометричних завдань зовнішнього незалежного оцінювання якості знань учнів з математики; проведено аналіз планіметричних задач практичного змісту сертифікаційних робіт ЗНО з математики з 2008 р. по 2018 р.; описано авторську методику організації підготовки учнів до складання ЗНО: наведені завдання на нерівність трикутника, теореми синусів, косинусів та задачі практичного змісту; аналізуються завдання, які заставляють знаходити і реалізувати способи їхнього виконання, акцентується увага на різних типах таких завдань та специфіці їхнього розв'язування, побудові математичних моделей та їхньому дослідженні, знаходженні кількісних характеристик геометричних фігур; особлива увага приділяється аналізу інформації, наведеної у графічній і текстовій формах та перевірці правильності отриманих результатів.*

Ключові слова: *ЗНО, нерівність трикутника, теорема синусів, теорема косинусів, метричні співвідношення у трикутнику, задачі практичного змісту.*

Изюмченко Людмила Владимировна. АНАЛИЗ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПРАКТИЧЕСКОГО СОДЕРЖАНИЯ СЕРТИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ ВНО ПО МАТЕМАТИКЕ

Аннотация. *В статье рассмотрены методические аспекты подготовки учеников к решению геометрических заданий внешнего независимого оценивания качества знаний учащихся по математике; проведен анализ планиметрических задач практического содержания сертификационных работ ВНО по математике с 2008 г. по 2018 г.; описана авторская методика организации подготовки учащихся к написанию ВНО: приведены задания на неравенство треугольника, теоремы синусов, косинусов и задачи практического содержания; анализируются задания, которые заставляют находить и реализовывать способы их выполнения, акцентируется внимание на разных типах таких заданий и специфике их решения, построении математических моделей и их исследовании, нахождении количественных характеристик геометрических фигур; особенное внимание уделяется анализу информации, приведенной в графической и текстовой формах и проверке правильности полученных результатов.*

Ключевые слова: *ВНО, неравенство треугольника, теорема синусов, теорема косинусов, метрические соотношения в треугольнике, задачи практического содержания.*

IZIUMCHENKO Liudmyla Volodymyrivna. ANALYSIS OF GEOMETRIC TASKS OF PRACTICAL CONTENT OF EIT CERTIFICATION WORK IN MATHEMATICS

Abstract: *The final assessment of senior school students in mathematics takes the form of external independent testing of knowledge (EIT). Our experience of work in mathematics oriented classes shows that gifted students easily solve problems of the second and third levels, but make mistakes in tasks of the first level, falling into specific traps that are «hidden» in first level tasks, and especially difficult for students are tasks of practical content. Therefore, the qualitative training of students for the external testing in mathematics is very relevant. The purpose of the article is to outline the methodical aspects of preparing students for solving geometric tasks of practical content of the EIT in mathematics. The assessment experience of the open part of EIT shows that a significant proportion of students do not have sufficient skills in solving geometric tasks. The simplest planimetric tasks become a sticking point for those students who successfully cope with problems in algebra, and this applies not only to tasks for which require a certain grade of ingenuity, but also to tasks that are solved using standard theorems and formulas of the school geometry course, such as the triangle inequality, the Pythagorean theorem, cosine and sine theorems, the formulas of the area of the triangle, etc. The article provides the analysis of geometric problems of the practical content of EIT certification works in mathematics from 2008 up to 2018; describes the proprietary methodology for organizing the preparation of students for the EIT: the problems on triangle inequality, sine and cosine theorems, and practical problems are given; the tasks that require finding and realizing the methods of their implementation are analyzed, attention is focused on the different types of such tasks and the specifics of their solution, the construction of mathematical models and their research, the finding of quantitative characteristics of geometric figures; special attention is paid to the analysis of information provided in graphic and text forms, as well as to the review of the correctness of the results. In this article, the author shares own experience in preparing students for the EIT and illustrates it with own examples. Further research will be aimed at distributing the author's proprietary methodology to other sections of geometry.*

Keywords: *EIT, triangle inequality, sine theorem, cosine theorem, metric relations in the triangle, tasks of practical content.*