

**УДК 372.851**

**БОТУЗОВА Юлія Володимирівна –**

кандидат педагогічних наук,

старший викладач кафедри математики

Центральноукраїнського державного педагогічного університету

імені Володимира Винниченка

ORCID ID 0000-0002-1313-0010

e-mail: vassalatii@gmail.com

**ГНЕЗДІЛОВА Кіра Миколаївна –**

доктор педагогічних наук, професор,

професор кафедри педагогіки вищої школи і освітнього менеджменту

Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького,

ORCID ID 0000-0002-5226-840X

e-mail: kiragenez@gmail.com

**ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАСТУПНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ  
«ГРАНИЦЯ І НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЇ» З КУРСУ  
МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ В СИСТЕМІ ШКОЛА  
УНІВЕРСИТЕТ ПЕДАГОГІЧНОГО ПРОФІЛЮ**

**Постановка та обґрунтування актуальності проблеми.** Важливою умовою якісного функціонування державної системи освіти є забезпечення структурно-організаційних та змістовно-цільових взаємозв'язків її послідовних ступенів і рівнів. Тому проблеми узгодженості та наступності різних ланок цієї системи цікавлять теоретиків і практиків шкільної та вищої освіти [1].

Безсумнівним є той факт, що якісна підготовка майбутніх учителів математики буде здійснюватися лише тоді, коли встановиться тісний взаємозв'язок з тими процесами, які відбуваються в сучасній школі.

Зміни, які відбуваються у сучасній школі, висувають значно вищі вимоги до професійної культури вчителя, а існуюча система навчання і виховання людини не зможе задовольнити ці вимоги, якщо не будуть неперервно удосконалюватися зміст освіти, розроблятися нові методичні системи навчання, створюватися нові програми, підручники, навчальні посібники, дидактичні матеріали, і все це на базі сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, з урахуванням досягнень людства у науці, техніці, організації суспільного життя [5].

Освітньо-професійна програма підготовки сучасного вчителя математики передбачає: міцну фундаментальну математичну підготовку, яка містить в собі знання з математичних дисциплін та уміння застосовувати набуті знання у професійній діяльності; здатність до формування в учнів ключових і предметних компетентностей та здійснення міжпредметних зв'язків; вміння знаходити та застосовувати сучасні освітні технології та методики для формування предметних компетентностей учнів.

В Концепції Нової української школи визначено 10 ключових компетентностей, однаково важливих та взаємопов'язаних [2]. Кожну з них діти набувають під час вивчення різних предметів на всіх етапах освіти. Серед них є математична та інформаційно-цифрова компетентність. Також в концепції йде мова про те, що запровадження ІКТ в освітній галузі перейде від одноразових проєктів до системного процесу, що охоплює всі види діяльності. ІКТ суттєво розширяють можливості педагога, оптимізують управлінські процеси, таким чином формуючи в учня важливі для нашого сторіччя технологічні компетентності [2].

Як наслідок, сучасні заклади вищої педагогічної освіти мають підготувати вчителя математики до повсякчасного застосування ІКТ в майбутній професійній діяльності. Для цього замало лише навчальної

дисципліни «Інформатика», необхідне наскрізне використання ІКТ, особливо при викладанні математичних дисциплін.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Однією з провідних фахових дисциплін у підготовці майбутніх учителів математики є «Математичний аналіз». У науково-методичних дослідженнях Н. Віленкіна, Х. Гербекова, Г. Михаліна, О. Мордковича, Г. Перевалова, О. Томащука, І. Шиманського, І. Яглома та ін. йде мова про професійну спрямованість у навчанні математичного аналізу майбутніх учителів математики. Під професійною спрямованістю розуміється ґрунтовний розгляд усіх зв'язків предмету, який вивчається, із шкільним курсом математики; глибоке і всебічне вивчення всіх понять, ідей і фактів, що стосуються шкільної математики; глибоке засвоєння змісту дисципліни та оволодіння методами, формами та сучасними засобами навчання математики.

Тому однією із обов'язкових складових якісної освіти є реалізація принципу наступності. Наступність в навчанні математики – це встановлення необхідних зв'язків та правильного співвідношення між частинами навчального предмету на різних ступенях його вивчення [3]. Застосування принципу наступності вимагає повторення матеріалу, яке б забезпечувало неперервний розвиток системи понять, а не повторення заради збереження на достатньо високому рівні деяких навиків учнів [7].

Тому для успішного засвоєння нового матеріалу учням необхідно оволодіти конкретними знаннями та вміннями, які формувались на попередніх етапах вивчення курсу. В протилежному випадку вони не побачать зв'язку між окремими уроками, між поняттями, які вивчаються послідовно та поступово розширюються. Таким чином, наступність – це процес, що забезпечує неперервне і результативне здійснення навчальної діяльності, вдосконалення і систематизацію знань, умінь та навичок, а

також їх психічний розвиток. Цей процес пов'язаний із змістом освіти і з організацією неперервного навчання.

В навчальній програмі з математики профільного рівня [6] для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів передбачено вивчення тем «Границя та неперервність функції», «Похідна та її застосування», «Інтеграл та його застосування». В рекомендаціях щодо роботи з програмою зазначається, що підвищенню ефективності уроків математики в старших класах сприяє використання всевітньої мережі Інтернет, різноманітних програмних засобів навчального призначення GRAN, DG, EUREKA, GeoGebra, AGrapher, бібліотек електронних наочностей тощо. За їх допомогою доступнішим стає вивчення низки тем шкільного курсу математики. Проте вчителям слід знайти виважену межу щодо оптимального обсягу застосування ІКТ при вивченні математики. Використання ІКТ має бути лише допоміжним елементом пошуку інформації, її наочного подання або урізноманітнення навчальних завдань. Адже першочерговим завданням є відпрацювання в учнів відповідних навичок мислення, а вже потім вільне оперування зазначеними програмно-технічними засобами.

**Мета статті** – розглянути можливості реалізації принципу наступності при вивченні теми «Границя і неперервність функції» з курсу математичного аналізу в системі «школа-університет педагогічного профілю».

**Методи дослідження.** Для реалізації поставленої мети використано *теоретичні методи*: аналіз, узагальнення та систематизація методичної, психолого-педагогічної літератури з досліджуваного питання, аналіз нормативно-правової документації в сфері освіти, освітніх та навчальних програм; *емпіричні методи*: вивчення та узагальнення передового педагогічного досвіду, а також проведення навчального експерименту з

реалізації принципу наступності при вивченні математичного аналізу в школі та університеті педагогічного профілю.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Майбутній вчитель математики має бути не лише теоретично та методично готовим до викладання навчального матеріалу учням, але й вміти вдало підібрати та використовувати програмний засіб навчального призначення, який би сприяв здійсненню міжпредметних зв'язків, кращому засвоєнню теми. Тому в закладах вищої освіти педагогічного профілю викладачі математичних дисциплін, зокрема й математичного аналізу, мають пропонувати студентам не лише глибокі теоретичні аспекти навчального матеріалу, але й методичні засади викладання, вказуючи на існуючий взаємозв'язок зі шкільним курсом математики. Окрім того, необхідно демонструвати використання ІКТ при доведенні теоретичних тверджень та розв'язуванні практичних задач.

При вивченні математичного аналізу доцільним буде використання таких комп'ютерних математичних пакетів як: Maple, WolframAlpha, Mathcad, Derive, але достатньо складний синтаксис цих програмних засобів створює певні бар'єри при використанні їх в школі, зокрема це значні затрати навчального часу для опанування основами роботи в середовищах цих програм.

Серед сучасних математичних програмних засобів, якісно вирізняється GeoGebra. GeoGebra – це вільнопоширюваний програмний продукт, призначений для вивчення і викладання математики в загальноосвітніх та вищих навчальних закладах, який поєднує геометрію, алгебру, математичний аналіз, таблиці, графіки, статистику та обчислення в одному простому у використанні пакеті. Однією з переваг даного програмного середовища є наявність он-лайн та оф-лайн версії, а також мобільних додатків для операційних систем Android, iOS.

Розглянемо більш детально особливості реалізації принципу наступності при вивченні теми «Границя та неперервність функції» з використанням програмного засобу GeoGebra.

Зокрема, в підручнику з алгебри для 10 класу профільного рівня [4] спочатку пропонується сформулювати уявлення про границю та неперервність функції в точці за допомогою графічних ілюстрацій, а далі дається наступне означення границі функції: *число  $a$  називається границею функції  $f$  у точці  $x_0$ , якщо для будь-якого додатного числа  $\varepsilon$  існує такий інтервал  $I$ , який містить точку  $x_0$ , що для будь-якого  $x \in I \cap D(f)$  і  $x \neq x_0$  виконується нерівність  $|f(x) - a| < \varepsilon$ .*

В курсі математичного аналізу вводиться поняття  $\delta$ -околу та проколотого  $\delta$ -околу точки  $x_0$ , що дозволяє сформулювати означення границі функції наступним чином: *число  $a$  називається границею функції  $f$  у точці  $x_0$ , якщо для будь-якого числа  $\varepsilon > 0$  існує таке число  $\delta > 0$ , що для всіх  $x \in D(f)$  з нерівностей  $0 < |x - x_0| < \delta$  випливає нерівність  $|f(x) - a| < \varepsilon$ , яке називається означенням границі функції за Коші. Також студенти вивчають означення границі функції за Гейне і доводять теорему «про еквівалентність означень границі функції за Коші й за Гейне».*

В шкільному курсі математики вивчається формулювання теореми «про арифметичні дії з границями функцій у точці», яка дозволяє обчислювати границі з невизначеностями виду  $\left| \frac{\infty}{\infty} \right|$ ,  $\left| \frac{0}{0} \right|$ . В курсі математичного аналізу студенти обов'язково доводять зазначену теорему. Окрім того, майбутні вчителі математики вивчають: нескінченно малі та нескінченно великі функції в точці, доводять існуючі між ними взаємозв'язки; розглядають поняття еквівалентних функцій у точці; доводять теореми «про першу чудову» та «другу чудову границю»;

обчислюють границі з невизначеностями виду  $\left| \frac{\infty}{\infty} \right|$ ,  $\left| \frac{0}{0} \right|$  та  $|\infty - \infty|$ ,  $|1^\infty|$ ,  $|0 \cdot \infty|$ ,  $|0^0|$ ,  $|\infty^0|$ .

Означення неперервної функції в точці та на множині в шкільному підручнику дається досить лаконічно та підкріплюється ілюстраціями [4]: якщо виконується рівність  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ , то функцію  $f$  називають **неперервною в точці  $x_0$** . Якщо функція  $f$  є неперервною в кожній точці деякої множини  $M \subset \mathbb{R}$ , то говорять, що вона **неперервна на множині  $M$** . Якщо функція  $f$  є неперервною на  $D(f)$ , то таку функцію називають **неперервною**.

В курсі математичного аналізу наступність вивчення поняття неперервності функції реалізується наступним чином: повторюється наведене вище означення (на мові границі); формулюються означення неперервної функції в точці на мові « $\varepsilon - \delta$ », на мові послідовностей та на мові приростів; доводиться теорема «про неперервність суми, різниці, добутку і частки функцій»; вивчаються одnobічні границі, завдяки яким вводяться поняття *одnobічної неперервності* та *точок розриву першого і другого роду*.

В навчальній програмі з математики зазначається, що одним із головних завдань вивчення математики в класах математичного та фізико-математичного профілів є розвиток графічної культури учнів, що зумовлено практичними потребами. Тому необхідно навчити учнів будувати ескізи графіків функцій, встановлювати властивості функції за її графіком: неперервність, точки розриву, проміжки зростання та спадання, знакосталості, найбільше та найменше значення.

Наведемо приклади використання програмного засобу GeoGebra на уроках математики чи на практичних/лекційних заняттях з математичного аналізу. Пропонуємо за допомогою GeoGebra перевіряти результати обчислень границь, а також ілюструвати поняття границі та неперервності

функції за допомогою графіків, що дозволить глибше зрозуміти та краще засвоїти матеріал.

*Задача.* Знайти границю функції в точці: а)  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x - 1)$ ;  
б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 + 2x - 1}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$  [4, с.268].

*Розв'язання:* а) скористаємось алгоритмом обчислення границі, який наведений в підручнику. Функція  $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$  є неперервною в точці  $x_0 = 1$ , тому її границя в цій точці дорівнює значенню функції в цій точці. Отже,  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x - 1) = -2$ .

В наведеному розв'язанні є очевидним той факт, що квадратична функція  $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$  є неперервною, адже учні та студенти знайомі з нею з 9 класу, та знають, що її графіком є парабола. Але, керуючись рекомендаціями навчальної програми, не зайвим буде скористатись програмним засобом навчального призначення та продемонструвати графік функції і точку з координатами (1;-2) на ньому (рис.1).

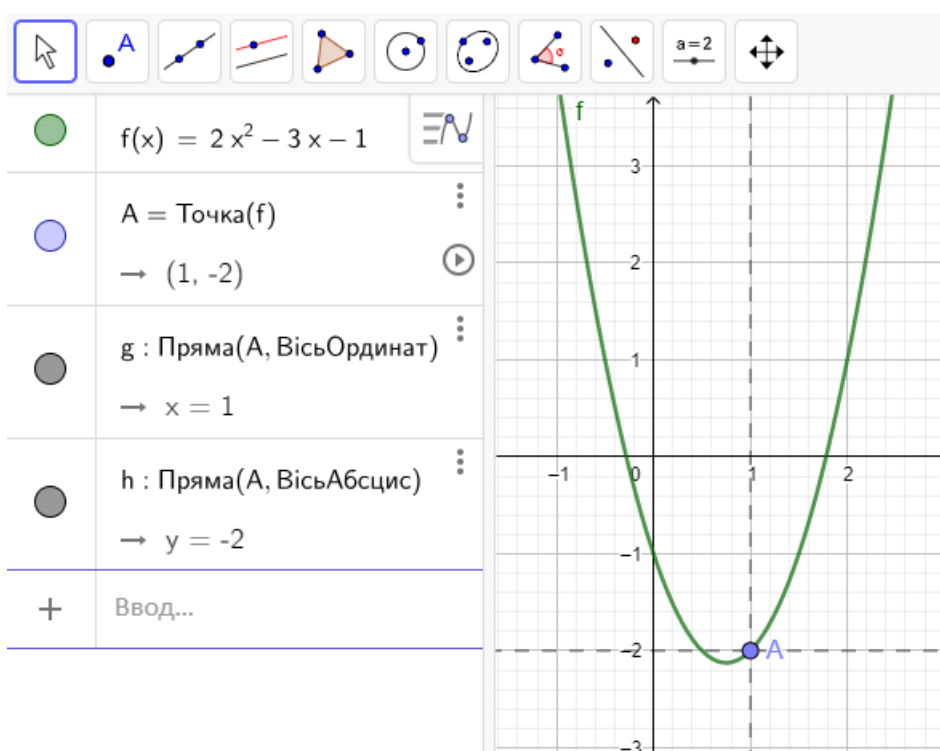


Рис.1. Графік функції  $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$  в GeoGebra



б) Функція  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 + 2x - 1}$  визначена на множині

$D(f) = (-\infty; -1 - \sqrt{2}) \cup (-1 + \sqrt{2}; +\infty)$ . В точці  $x=0$  дана функція є неперервною, про що свідчить і графік функції (рис.2). Тому границя в цій точці дорівнює значенню функції в цій точці. Отже,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 + 2x - 1} = \frac{0^2 - 3 \cdot 0 + 3}{0^2 + 2 \cdot 0 - 1} = \frac{3}{-1} = -3.$$

Розглядаючи графік функції (рис.2), варто зробити наголос на тому, що в точках  $x = -1 \pm \sqrt{2}$  функція не є неперервною. Учні визначають, що в цих точках функція має розрив, а студенти – встановлюють, що це точки розриву другого роду.

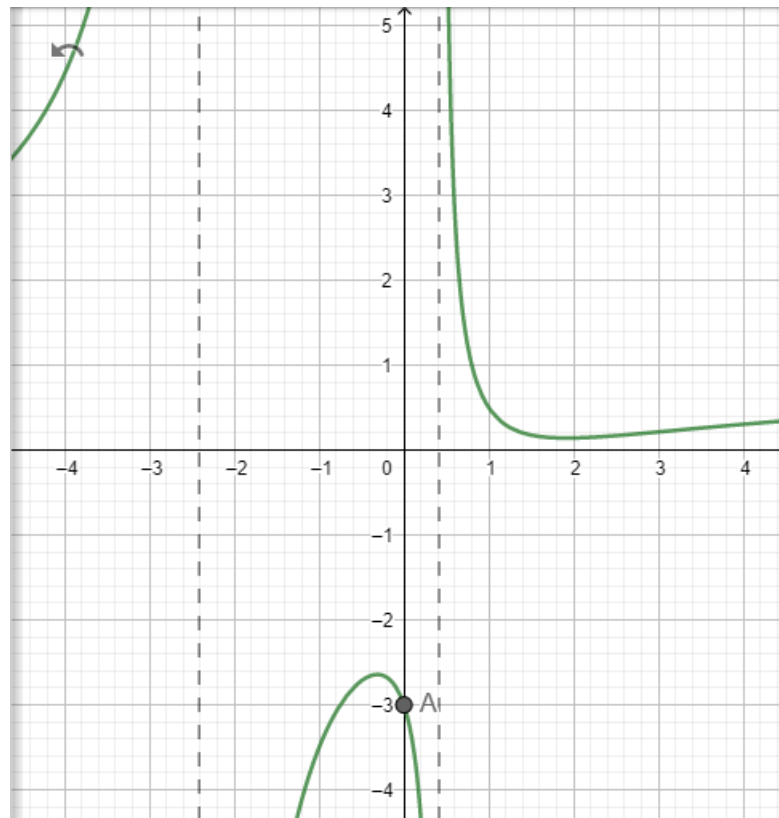


Рис.2. Графік функції  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 3}{x^2 + 2x - 1}$  в GeoGebra

в) Функція  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$  визначена на множині

$D(f) = (-\infty; 1) \cup (1; 3) \cup (3; +\infty)$ . В точці  $x=1$  дана функція не існує, через те, що знаменник в цій точці перетворюється в нуль. Але границя функції в цій

точці існує. Обчислимо її: маємо справу з невизначеністю типу «нуль поділити на нуль»  $\frac{1^2 - 3 \cdot 1 + 2}{1^2 - 4 \cdot 1 + 3} = \frac{0}{0}$ . Це означає, що  $x=1$  є коренем і

чисельника, і знаменника, а отже вони обидва діляться на вираз  $(x-1)$ .

Тому, розкладемо квадратні тричлени на множники, використавши теорему: «Якщо  $x_1, x_2$  є коренями квадратного тричлена, то виконується

$$\text{рівність } ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)\text{». Маємо, } \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)} = \frac{x-2}{x-3}.$$

Тоді, використовуючи теорему про арифметичні дії з границями функцій,

$$\text{одержуємо: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x-3} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1}(x-2)}{\lim_{x \rightarrow 1}(x-3)} = \frac{1-2}{1-3} = \frac{1}{2}.$$

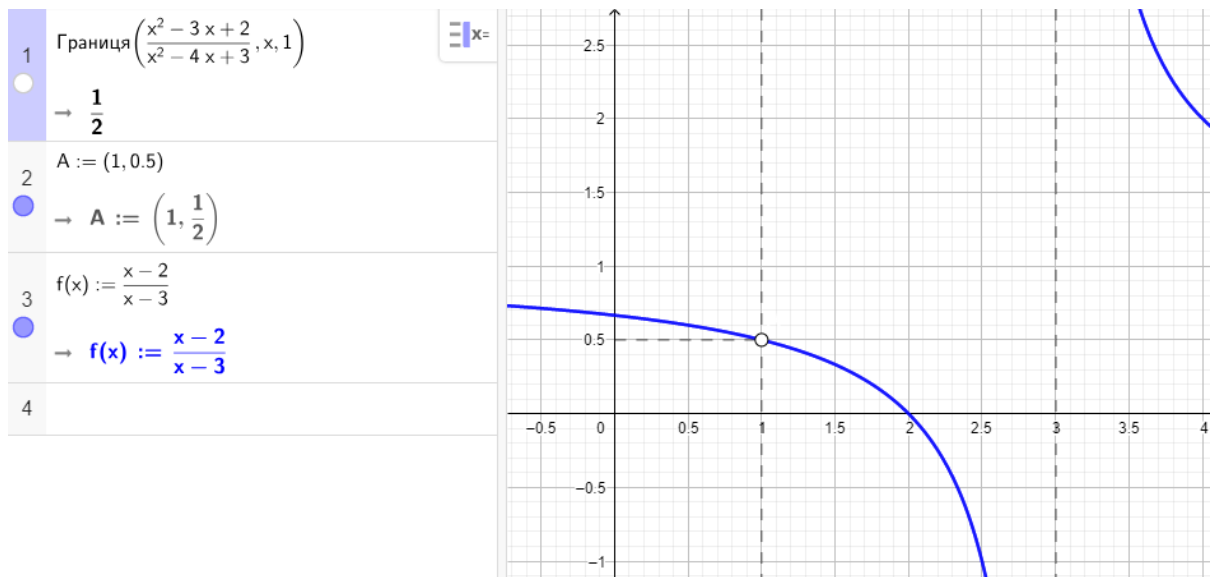


Рис.3. Обчислення границі функції  $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$  та її геометрична

### інтерпретація в GeoGebra

Перевіримо одержаний результат обчислень в програмі GeoGebra. Для цього скористаємось вбудованим в неї модулем «СКА» (система комп'ютерної алгебри). Синтаксис запису умови задачі зручний та зрозумілий навіть школярам: *Границя*( <Вираз>, <Змінна>, <Значення> ). Програма також розуміє запис звичного виразу  $\lim_{x \rightarrow}$ , який автоматично замінюється на попередній (рис. 3).

Також, в GeoGebra відкриємо модуль програми «Графіки» (вікно програми поділиться на дві частини): побудуємо графік функції  $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$ , проведемо вертикальну пряму  $x=1$ , вкажемо точку перетину кривої з прямою –  $A(1; 0,5)$ . Зробимо наголос на тому, що в точці  $x=1$ , функція невизначена, але значення границі дорівнює  $\frac{1}{2}$ . Учні визначають, що в точці  $x=1$  функція має розрив, а студенти – встановлюють, що це точка розриву першого роду усувного типу.

Виконуючи такі вправи, підкріпленні графіками, учні та студенти глибше розуміють поняття границі та неперервності функції в точці і на множині. В них формується чітке уявлення про неперервні функції та точки розриву. Використання ІКТ дозволяє поглиблювати знання без додаткових затрат часу. Такий підхід дає змогу розвивати логічне мислення учнів/студентів, формувати вміння узагальнювати та систематизувати одержані дані, робити правильні висновки, формулювати математичні твердження та доводити їх.

### **Висновки з дослідження і перспективи подальших розробок.**

Курс математичного аналізу в закладі вищої педагогічної освіти тісно пов'язаний із шкільним курсом математики. Тому необхідне глибоке і всебічне вивчення всіх понять, ідей і фактів, що стосуються шкільної математики; глибоке засвоєння змісту дисципліни та оволодіння методами, формами та сучасними засобами навчання математики, зокрема ІКТ. Принцип наступності навчання відіграє важливу роль у забезпеченні неперервного розвитку системи математичних понять, які вивчаються послідовно та поступово розширюються.

При викладанні математичного аналізу майбутнім вчителям математики, необхідно: навчити їх використовувати засоби ІКТ, розкривати методичні особливості подачі теоретичного матеріалу початків

математичного аналізу в шкільному курсі математики, зосереджувати увагу студентів на «шкільних» методах розв'язування задач.

## СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Клековкин Г.А. Преемственность школы и вуза на примере школьного геометрического образования. *Образование и наука*. 2013. № 5 (104). С. 133–149.

2. Нова українська школа. Концептуальні засади реформування середньої школи. *Міністерство освіти і науки України*, 2016. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf> (дата звернення: 24.03.2019).

3. Мендыгалиева А.К. Методические основы преемственности в обучении математике. *Известия Самарского научного центра Российской академии наук*. 2009. Т. 11, 4 (3). С. 621–625.

4. Мерзляк А.Г., Номіровський Д.А., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра і початки аналізу: проф. рівень: підруч. для 10 клас закладів загальної середньої освіти. Харків: Гімназія, 2018. 400 с.

5. Михалін Г.О. Професійна підготовка вчителя математики у процесі навчання математичного аналізу. Київ: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2003. 320 с.

6. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. *Міністерство освіти і науки України*, 2016. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>

7. Нешков К.И. Некоторые вопросы преемственности при обучении математике. *Преемственность в обучении математике: пособие для учителей* : сб. статей. / Сост. А.М. Пышкало. М.: Просвещение, 1978. С. 13–18.

## REFERENCES

1. Klekovkin, G. A. (2013), Preemstvennost shkolyi i vuza na primere shkolnogo geometricheskogo obrazovaniya [Continuity of the school and the university on the example of the school's geometric education]. *Obrazovanie i nauka*, 5 (104), 133–149.
2. Nova ukrainska shkola. Kontseptualni zasady reformuvannia serednoi shkoly [New Ukrainian school. Conceptual Principles of Reforming the Secondary School] (2016), available at: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf> (Accessed 4 March 2019).
3. Mendyigalieva, A. K. (2009), Metodicheskie osnovyi preemstvennosti v obuchenii matematike [Methodical foundations of continuity in teaching mathematics]. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiyskoy akademii nauk*, 4 (3), 621–625.
4. Merzlyak, A. G., Nomirovskyj, D. A., Polonskyj, V. B. and Yakir, M. S. (2018), Algebra i pochatky analizu [Algebra and basics of analysis], Gimnaziya, Xarkiv, Ukraine.
5. Myxalin, G. O. (2003), Profesijna pidgotovka vchytelya matematyky u procesi navchannya matematychnogo analizu [Professional training of a mathematics teacher in the process of teaching mathematical analysis], NPU imeni M.P. Dragomanova, Kyiv, Ukraine.
6. Navchalna programa z matematyky dlya uchniv 10-11 klasiv zagalnoosvitnix navchalnyx zakladiv. Profilnyj riven (2016) [The curriculum for mathematics for students of 10-11 grades of secondary schools. Profile level], *mon.gov.ua*, available at: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv> (Accessed 13 March 2019).

7. Neshkov, K. I. (1978), *Nekotoryie voprosy preemstvennosti pri obuchenii matematike* [Some issues of continuity in teaching mathematics], *Preemstvennost v obuchenii matematike*, 1, 13–18.

## ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

**БОТУЗОВА Юлія Володимирівна** – кандидат педагогічних наук, старший викладач кафедри математики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

*Наукові інтереси:* дистанційне навчання, використання нових інформаційних технологій під час викладання математичних дисциплін у школі та вищих навчальних закладах.

**ГНЕЗДІЛОВА Кіра Миколаївна** – доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри педагогіки вищої школи і освітнього менеджменту Черкаського національного університету імені Богдана Хмельницького.

*Наукові інтереси:* різноманітні аспекти підготовки майбутніх учителів математики у різні історичні періоди, формування готовності майбутніх учителів математики до забезпечення наступності у системі «школа –ЗВО», використання інновацій у ЗВО.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**БОТУЗОВА Юлия Владимировна** – кандидат педагогических наук, старший преподаватель кафедры математики Центральноукраинского государственного педагогического университета имени Владимира Винниченко.

*Научные интересы:* дистанционное обучение, использование новых информационных технологий при преподавании математических дисциплин в школе и высших учебных заведениях.

**ГНЕЗДИЛОВА Кира Николаевна** – доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры педагогики высшей школы и образовательного менеджмента Черкасского национального университета имени Богдана Хмельницкого.

*Научные интересы:* различные аспекты подготовки будущих учителей математики в разные исторические периоды, формирование готовности будущих учителей математики к обеспечению преемственности в системе «школа–ЗВО», использование инноваций в ЗВО.

### **INFORMATION ABOUT THE AUTHOR**

**BOTUZOVA Yuliya Volodimirna** - candidate of pedagogical sciences, senior lecturer of the Department of Mathematics of the Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University.

*Circle of scientific interests:* distance learning, the using of new information technologies in the teaching of mathematical disciplines in schools and higher education institutions.

**GNEZDILOVA Kira Mykolaivna** – doctor of pedagogical sciences, professor, professor of Department of Higher Education Pedagogy and Educational Management of the Bohdan Khmelnytsky National University of Cherkasy.

*Circle of scientific interests:* various aspects of the training of future mathematics teachers in different historical periods, the formation of the readiness of future mathematics teachers to provide continuity in the system «school -institution of higher education», the use of innovations in the institutions of higher education.

**БОТУЗОВА Юлія Володимирівна, ГНЕЗДІЛОВА Кіра Миколаївна.  
ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАСТУПНОСТІ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ  
«ГРАНИЦЯ І НЕПЕРЕРВНІСТЬ ФУНКЦІЙ» З КУРСУ**

## **МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ В СИСТЕМІ ШКОЛА - УНІВЕРСИТЕТ ПЕДАГОГІЧНОГО ПРОФІЛЮ**

*Анотація.* В статті розглядається проблема можливостей реалізації принципу наступності при вивченні теми «Границя і неперервність функції» з курсу математичного аналізу в системі «школа-університет педагогічного профілю» з використанням ІКТ. Здійснюється короткий аналіз освітньо-професійної програми підготовки сучасного вчителя математики та діючої навчальної програми з математики профільного рівня для учнів 10-11 класів. Наголошується на тому, що майбутні вчителі математики мають бути готові до формування в учнів ключових та предметних компетентностей, здійснення міжпредметних зв'язків, а також до застосування сучасних освітніх технологій та методик. Наводиться детальний приклад реалізації принципу наступності при вивченні понять «границя та неперервність функції» в шкільному курсі математики та в закладі вищої педагогічної освіти, який передбачає використання програмного засобу навчального призначення – GeoGebra.

**Ключові слова:** математичний аналіз, шкільний курс математики, наступність, програмний засіб навчального призначення, компетентність.

## **БОТУЗОВА Юлія Владимировна, ГНЕЗДИЛОВА Кира Николаевна. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРЕЕМСТВЕННОСТИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ГРАНИЦА И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ» С КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В СИСТЕМЕ ШКОЛА - УНИВЕРСИТЕТ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ**

*Аннотация.* В статье рассматривается проблема возможностей реализации принципа преемственности при изучении темы «Граница и непрерывность функции» по курсу математического анализа в системе «школа-университет педагогического профиля» с использованием ИКТ. Осуществляется краткий анализ образовательно-профессиональной программы подготовки современного учителя математики и действующей учебной программы по математике профильного уровня для учащихся 10-11 классов. Подчеркивается, что будущие учителя математики должны быть готовы к формированию у учащихся ключевых и предметных компетентностей, осуществления межпредметных связей, а также к применению современных образовательных технологий и методик. Приводится подробный пример реализации принципа преемственности при изучении понятий «граница и непрерывность функции» в школьном курсе математики и в заведении высшего педагогического образования, который предусматривает использование программного средства учебного назначения - GeoGebra.

**Ключевые слова:** математический анализ, школьный курс математики, преемственность, программное средство учебного назначения, компетентность.

## **BOTUZOVA Yuliia Volodimirna, GNEZDILOVA Kira Mykolaivna. THE PROVIDING OF CONTINUITY IN THE LEARNING OF THE THEME «LIMIT OF FUNCTION AND ITS CONTINUITY» FROM THE COURSE OF MATHEMATICAL ANALYSIS IN THE SYSTEM OF SCHOOL - PEDAGOGICAL UNIVERSITY**

**Abstract.** There is no doubt that the qualitative training of future mathematics teachers will be carried out only when there is a close relationship with the processes that take place in the modern school.



*Modern pedagogical universities should prepare future teachers of mathematics for the full using of ICT in their future professional activities. For this purpose, only the discipline «Informatics» is not enough. The using of ICT is necessary, especially in the teaching of mathematical disciplines. One of the required components of a quality education is the realization of the principle of continuity.*

*In this paper, the possibility of implementing the principle of continuity in the study of the theme «The limit of function and its continuity» from the course of mathematical analysis in the system «school-pedagogical university» is considered.*

*In pedagogical universities teachers of mathematical disciplines, in particular mathematical analysis, should offer students not only deep theoretical aspects of the educational material, but also the methodical principles of teaching, indicating the existing relationship with the school's mathematical course. In addition, it is necessary to demonstrate the use of ICT in proving theoretical statements and solving practical problems.*

*In learning mathematical analysis, it will be advisable to use such computer mathematical packages as: Maple, WolframAlpha, Mathcad, Derive. But the rather complex syntax of these software tools creates certain barriers when used in school, in particular, it is a significant amount of time which we are spending to learn the basics of work in the environments of these programs. Therefore, we recommend using GeoGebra.*

*The article gives a detailed example of the implementation of the principle of continuity when studying the topic «The limit of function and its continuity» with the using the GeoGebra software.*

*It is shown that by doing such exercises, reinforced by plots, students deeply understand the concept of the limit and the continuity of functions at the point and in the plural. A clear idea of continuous functions and breakpoints is formed in student's minds. Using ICT allows you to deepen your knowledge without having to spend extra time. This approach enables students to develop the logical thinking and skills to generalize, systematize the obtained data, make correct conclusions, formulate mathematical statements and prove them.*

*When teaching mathematical analysis to the future teachers of mathematics, it is necessary: to teach them to use ICT tools, to disclose the methodical features of the presentation of the theoretical material of the beginnings of mathematical analysis in the school course of mathematics, to focus students' attention on «school» methods of solving problems.*

**Key words:** *mathematical analysis, school course of mathematics, continuity, educational software, competence.*