

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ
БАГАТОВАРІАНТНИХ ЗАВДАНЬ З ТЕМИ
«ІНТЕГРУВАННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ФУНКЦІЙ»**

Володимир Корольський, Світлана Шокалюк
Криворізький державний педагогічний університет (Кривий Ріг)

Рівень сформованості та розвитку математичної компетентності випускників загальноосвітніх навчальних закладів та студентів перших курсів природничо-математичних спеціальностей нижчає з року в рік. Вчителі математики пояснюють даний факт невідповідністю змісту та вимог до результатів вивчення шкільної математики кількості її уроків на тиждень – учні не мають часу на ґрунтовне засвоєння теоретичних знань та формування автоматизованих навичок їх застосування. Вчителі й викладачі-методисти часткове вирішення проблеми вбачають у побудові й використанні на практиці системи багатоваріантних задач для формування й розвитку певних математичних компетенцій учнів (студентів) у тренувальному режимі як на уроках, так і в позаурочний час.

Проектування такої системи задач передбачає побудову математичної моделі умови або розв'язку задачі та «ручне» або автоматизоване генерування набору завдань, надаючи параметрам побудованої моделі різних значень.

Так, система багатоваріантних задач на обчислення невизначеного інтегралу виду

$$J = \int \frac{kx+l}{ax^2+bx+c} dx, \text{ де } k, l, a, b, c \text{ є довільні дійсні числа} \quad (1)$$

може бути отримана в результаті надання параметрам k, l, a, b та c різних допустимих значень, т. б. за математичною моделлю умови.

Використання побудованих математичних моделей розв'язків задачі надасть можливість:

- студентам уникати алгебраїчних помилок при розв'язанні задач;
- викладачам «вручну» генерувати систему багатоваріантних задач із

відповідями;

– математикам, які мають базові знання з основ алгоритмізації та програмування, спростити програмну реалізацію генератора-тренажера системи задач.

Оскільки знаходження інтегралу (1) залежить від значення дискримінанта рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ (2), різні математичні моделі розв'язків будують припускаючи: 1) $D > 0$ (знаменник підінтегральної функції $ax^2 + bx + c$ прийме вид $a(x - x_1)(x - x_2)$); 2) $D = 0$ (знаменник підінтегральної функції – $a(x - \bar{x})^2$) та розглядаючи окремі випадки – якщо $k = 0$, а $l \neq 0$; якщо $k \neq 0$, а $l = 0$; якщо і $k \neq 0$, і $l \neq 0$.

За побудованими математичними моделями розв'язків задачі (див. табл. 1) на обчислення інтегралу виду (1) студенту достатньо розв'язати квадратне рівняння (2) та підставити значення знайдених коренів (або єдиного кореня кратності 2) у відповідну формулу, взявши до уваги значення величин k та l .

Таблиця 1

Математичні моделі умови та розв'язку інтегралів виду $J = \int \frac{kx + l}{ax^2 + bx + c} dx$

Математична модель умови					Математична модель розв'язку
$\int \frac{l}{a(x - x_1)(x - x_2)} dx$					$\frac{l}{a(x_2 - x_1)} [-\ln x - x_1 + \ln x - x_2] + C$
k	l	x_1	x_2	x	
0	\Re	\Re	\Re	–	
$\int \frac{kx}{a(x - x_1)(x - x_2)} dx$					$\frac{k}{a(x_2 - x_1)} [-x_1 \ln x - x_1 + x_2 \ln x - x_2] + C$
k	l	x_1	x_2	x	
\Re	0	\Re	\Re	–	
$\int \frac{kx + l}{a(x - x_1)(x - x_2)} dx$					$\frac{1}{a(x_2 - x_1)} [-(kx_1 + l) \ln x - x_1 + (kx_2 + l) \ln x - x_2] + C$
k	l	x_1	x_2	x	
\Re	\Re	\Re	\Re	–	
$\int \frac{l}{a(x - \bar{x})^2} dx$					$\frac{l}{a} (-1) \frac{1}{x - \bar{x}} + C$
k	l	x_1	x_2	x	
0	\Re	–	–	\Re	
$\int \frac{kx}{a(x - \bar{x})^2} dx$					$\frac{k}{a} \left[\ln x - \bar{x} - \frac{\bar{x}}{x - \bar{x}} \right] + C$
k	l	x_1	x_2	x	
\Re	0	–	–	\Re	

$\int \frac{kx + l}{a(x - \bar{x})^2} dx$					$\frac{1}{a} \left[k \ln x - \bar{x} - (l + k\bar{x}) \frac{1}{x - \bar{x}} \right] + C$
k	l	x_1	x_2	x	
\mathcal{R}	\mathcal{R}	-	-	\mathcal{R}	

Правильність побудови моделей розв'язків перевірено за допомогою символічних розрахунків у середовищі SageMathCloud (рис. 1).

The screenshot shows the SageMathCloud interface with two integration problems. The first problem is $\int \frac{l}{a(x-x_1)(x-x_2)} dx$ and the second is $\int \frac{kx}{a(x-x_1)(x-x_2)} dx$. The solutions are displayed in LaTeX format.

```

2 1 a,x1,x2,k,l=var('a,x1,x2,k,l')
3 2 f1(x)=1/(a*(x-x1)*(x-x2))
4 3 show("\int%sdx=%s"%(latex(f1(x)),latex(integrate(f1(x),x))))
5 4
6
7
8 1 a,x1,x2,k,l=var('a,x1,x2,k,l')
9 2 f2(x)=k*x/(a*(x-x1)*(x-x2))
10 3 show("\int%sdx=%s"%(latex(f2(x)),latex(integrate(f2(x),x))))
11 4
12

```

Рис. 1. Побудова математичних моделей розв'язків інтегралу виду (1)

у середовищі SageMathCloud

Моделювання системи багатоваріантних задач з курсів шкільної та вищої математики із подальшою програмною реалізацією їх генератора надасть можливість скоротити час викладача на підготовку та перевірку самостійних (контрольних) робіт для здійснення систематичного моніторингу успішності.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Корольський Володимир Вікторович – кандидат технічних наук, завідувач кафедри математики та методики її навчання Криворізького державного педагогічного університету. *Коло наукових інтересів:* теорія і методика навчання математики, методи наближених обчислень.

Шокалюк Світлана Вікторівна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри інформатики та прикладної математики Криворізького державного педагогічного університету. *Коло наукових інтересів:* теорія та методика комп'ютерно-орієнтованого навчання математичних дисциплін; теорія та методика навчання інформатики.