

ЗАТВЕРДЖУЮ

В. о. ректора Центральноукраїнського
державного педагогічного університету
імені Володимира Винниченка


О. А. Семенюк
«26» жовтня 2020 року



ВИСНОВОК

Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка щодо дисертації Луньової Марії Валентинівни на тему «Моделювання внутрішніх хвильових процесів у шаруватих рідинах», поданої на здобуття ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика, затвердженої Вченою радою Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка від 26 вересня 2016 р., постанова (рішення) № 3

ВИТЯГ

з протоколу засідання фахового семінару кафедри прикладної математики, статистики та економіки Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка від «21» жовтня 2020 року.

ПРИСУТНІ:

Доктор фізико-математичних наук, професор Волков Ю.І. (голова фахового семінару), доктор фізико-математичних наук, професор Авраменко О.В. (науковий керівник), доктор фізико-математичних наук, професор Плічко А.М., кандидат фізико-математичних наук, доцент Гуртовий Ю.В., кандидат технічних наук, доцент Нарadowий В.В., кандидат фізико-математичних наук, доцент Акбаш К.С., кандидат фізико-математичних наук, доцент Паращук С.Д., кандидат фізико-математичних наук, доцент Макарчук О.П., кандидат фізико-математичних наук, доцент Халецька З.П., кандидат фізико-математичних наук Гаєвський М.В.

З присутніх – 3 доктора фізико-математичних наук та 3 кандидати фізико-математичних та технічних наук – фахівців за профілем поданої на розгляд дисертації.

ПОРЯДОК ДЕННИЙ:

Обговорення дисертаційного дослідження Луньової М.В. на тему «Моделювання внутрішніх хвильових процесів у шаруватих рідинах», поданого на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика щодо його рекомендації для попереднього розгляду та захисту у разовій спеціалізованій вченій раді.

СЛУХАЛИ:

Доповідь здобувача ступеня доктора філософії Луньової М.В. на тему «Моделювання внутрішніх хвильових процесів у шаруватих рідинах», поданої

на здобуття ступеня доктора філософії зі спеціальності 113 Прикладна математика.

Доповідач обґрунтував актуальність обраної теми, визначив мету, завдання та методику, охарактеризував об'єкт та предмет дослідження, виклав основні наукові положення та висновки, що виносяться на захист, вказав науково-практичну значущість роботи, зазначив про впровадження результатів дослідження.

Автором зазначено, що основними механізмами поширення хвиль у рідинах є дисперсія та нелінійність. Дисперсія призводить до згладжування форми хвильового пакету, тоді як нелінійність приводить до загострення форми хвилі, і як наслідок, її перекидання або колапсу. Найбільш цікаве явище спостерігається в момент рівноваги цих ефектів, коли виникає локалізована хвиля (солітон), або солітон обвідної (для випадку слабконелінійного дисперсійного середовища).

У випадку тришарової рідини, коли верхній шар обмежений твердою кришкою, середній шар має скінчену глибину, а товщина нижнього шару прямує до нескінченості, важливою характеристикою системи є співвідношення глибин цих шарів, а також стрибки значень їх густини. Ці параметри можуть істотно впливати на фізичні механізми, відповідальні за дисперсію та нелінійні ефекти, а отже і на модуляційну стійкість та еволюцію хвильових пакетів при їх поширенні вздовж поверхонь контакту.

В математичній теорії поверхневих та внутрішніх хвиль напрацьована значна кількість методів кількісного і якісного аналізу явищ, які виникають в стратифікованих рідинах. Серед них інтенсивного розвитку набули асимптотичні підходи до дослідження явищ нелінійного поширення хвильових пакетів.

Розглянута в дисертації математична модель тришарової гідродинамічної системи, заснована на балансі дисперсії та нелінійності, має досить загальний характер і може бути використана в різних областях природознавства від фізики й прикладної математики до біології. Зокрема, розв'язання задач про поширення хвиль у системах з шаруватою структурою має застосування в океанології, біомеханіці, гідравліці та ін. Ці дослідження дозволять не тільки моделювати реальні фізичні хвильові процеси, а також застосувати їх для розробки чисельних досліджень та створення теоретичної бази для експериментів. Актуальність даної роботи зумовлена необхідністю вивчення фізичних процесів у стратифікованих гідродинамічних структурах, а саме – дослідження слабконелінійних хвильових пакетів у тришаровій рідкій системі з дисперсією, та якісного і кількісного аналізу умов їх поширення, еволюції та стійкості в залежності від фізичних та геометричних параметрів рідин.

Структура та обсяг дисертації зумовлені метою і логікою дослідження. Дисертація складається з анотації державною та англійською мовами, вступу, трьох розділів, які об'єднують шістнадцять підрозділів, висновків, списку використаних джерел, додатків.

У першому розділі здобувачем наведено основні етапи розвитку та сучасний стан проблеми поширення хвиль у гідродинамічних системах з

неоднорідною структурою. Відмічено, що незважаючи на інтенсивність теоретичних та експериментальних досліджень, проблема поширення внутрішніх і поверхневих хвиль залишається не вичерпаною. Подано обґрунтування напрямку дослідження, яке базується на наведених фізико-математичних моделях та математичних методах розв'язання задач поширення хвиль у гідродинамічних та гідропружних системах з неоднорідностями.

У другому розділі дисертантом наведено постановку нелінійної задачі поширення та взаємодію хвильових пакетів у системі «півпростір – шар – шар з твердою кришкою». Виведено перші два лінійні наближення задачі про поширення та взаємодію хвиль вздовж поверхонь контакту в даній тришаровій гідродинамічній системі за допомогою методу багатомасштабних розвинень до третього порядку. Розв'язано задачу першого наближення і отримано дисперсійне співвідношення, яке має дві пари лінійно незалежних розв'язків. Отримано умову розв'язності задачі другого наближення та знайдено її розв'язки. Обґрунтовано достовірність отриманих результатів.

Представлено результати аналізу графіків залежності частот від товщини верхнього шару та від хвильового числа при різних значеннях густини середнього шару рідини з урахуванням впливу коефіцієнтів поверхневого натягу. Виявлено, що при переході системи від одного виродженого випадку до другого спостерігається якісна симетрія графіків частот центру хвильового пакету відносно значення густини середнього шару. При цьому вплив поверхневого натягу на одній із поверхонь контакту або на двох поверхнях одночасно призводить до збільшення абсолютного значення частоти центру хвильового пакету.

Також здобувачем наведено результати дослідження залежності амплітуд хвиль-відгуків від параметрів системи. Виявлено такі ефекти і закономірності:

- при збільшенні товщини верхнього шару амплітуди хвиль відгуків прямують до граничного значення;
- при рівних стрибках густини на поверхнях контакту взаємний вплив поширення хвилі на одній із поверхонь контакту на поширення хвилі на іншій поверхні контакту співпадає;
- якщо стрибок густини на нижній поверхні контакту є меншим за стрибок густини на верхній поверхні контакту, то хвилі-відгуки, що виникають на нижній поверхні є більшими, ніж хвилі-відгуки на верхній поверхні;
- зміна густини внутрішнього шару ρ_2 в межах $[\rho_1, \rho_3]$ приводить до змін амплітуд хвиль-відгуків, причому для менших значень хвильового числа зростання відбувається повільніше, ніж за більших хвильових чисел;
- виявлені випадки співпадіння амплітуд хвиль-відгуків для різних значень хвильових чисел; зміна значення хвильового числа приводить до того, що значення амплітуд хвиль-відгуків досить швидко збігаються до спільного граничного значення при значеннях товщини верхнього шару більше двох;
- зміна густини середнього шару має суттєвий вплив на амплітуду відхилення як верхньої так і нижньої поверхонь контакту, а при наближенні значення густини середнього шару до значення густини нижнього шару, цей вплив є більш вираженим на нижній поверхні контакту.

- зміна густини середнього шару має істотний вплив на амплітуду відхилення нижньої поверхні контакту, при цьому амплітуда відхилення верхньої поверхні контакту зазнає істотних змін тільки за певних властивостей системи (при зміні геометричних параметрів).

Представлено результати аналізу розв'язків задачі другого наближення. Проведено дослідження форми хвильового пакету, яка залежить від коефіцієнта при другій гармоніці і знаку при ньому. Для кожної частоти центру хвильового пакету побудовані області знакосталості коефіцієнта при другій гармоніці на нижній та верхній поверхнях контакту. Виявлено такі ефекти та закономірності:

- в областях площини (ρ_2, k) та (ρ_3, k) , де коефіцієнти Λ_1 та Λ_2 других гармонік на нижній та верхній поверхні контакту відповідно набувають додатних значень, спостерігаються хвилі U - подібної форми. В іншому випадку, коли Λ_1 та Λ_2 від'ємні, хвилі набувають \cap - подібної форми;
- капілярні хвилі здебільшого набувають U - подібної форми, при цьому виявлені дві вузькі області \cap - подібної форми.
- виявлено, що зі збільшенням товщини верхнього шару збільшується площа області, де довгі хвилі мають \cap - подібну форму, а області U - подібних хвиль звужуються;
- виявлені області гасіння другої гармоніки та області істотного впливу другої гармоніки на форму поверхні контакту.

Здобувачем відмічено, що в результаті аналізу розв'язків другого наближення, було виявлено області резонансу другої гармоніки. Такі області були виявлені на нижній поверхні контакту в околі кривих, вдовж яких коефіцієнт при другій гармоніці набуває як завгодно великих значень, а також кривих, де спостерігається виродження тришарової системи у двошарову.

Дисертантом зроблено висновок про достатню точність методу та достовірність отриманих результатів.

У третьому розділі наведено слабконелінійну постановку задачі про поширення хвильових пакетів у тришаровій гідродинамічній системі з твердою кришкою у третьому наближенні проблеми, виведено умову її розв'язності. Отримано аналітичні вирази еволюційних рівнянь обвідних внутрішнього верхнього та нижнього хвильових пакетів у формі нелінійного рівняння Шредінгера. Представлено результати аналізу модуляційної стійкості розв'язків еволюційного рівняння. Здобувачем відмічено, що області модуляційної нестійкості істотно розширюються при збільшенні товщини верхнього шару.

Дисертантом виведено співвідношення, для кількісної та якісної оцінки потоку енергії трьох шарів рідини та сумарного потоку енергії гідродинамічної системи «півпростір – шар – шар з твердою кришкою» у вигляді інтегралів по часовій та вертикальній просторовій змінній від добутку похідних потенціалів швидкостей по часовій та горизонтальній просторовій змінній. Виявлено, що потік енергії середнього та верхнього шару тришарової гідродинамічної системи зі збільшенням значення хвильового числа k має спадний характер і достатньо швидко збігається до певного граничного значення, яке для коротких хвиль не залежить від товщини верхнього шару. В той же час значення енергії нижнього шару зростає до певного значення, а після досягнення максимуму

досить швидко спадає до свого граничного значення. При цьому потік енергії системи, що є сумою потоків енергій трьох шарів, також має спадний характер і достатньо швидко збігається до свого граничного значення.

Здобувачем відмічено, що дослідження проводилось в рамках слабконелінійної моделі. Наявність великої кількості фізичних та геометричних параметрів системи, які пов'язані між собою, призводить до необхідності детального аналізу та інтерпретації отриманих результатів, які створюють цілісну картину хвильового процесу і, у повній мірі, можуть бути застосовані для вивчення хвильових процесів в океані з льодовим покриттям та з шаруватою структурою рідини, яка виникає поблизу гирла річок, а також у відкритому океані у період танення льоду.

По завершенню доповіді Луньовій М.В. присутніми були поставлені такі **запитання:**

Плічко А.М.: Чому побудована Вами модель описує слабконелінійну систему?

Луньова М.В.: Математична модель досліджуваної задачі отримана з математичної постановки шляхом введення безрозмірних величин, таких як: характерна глибина H , що рівна товщині внутрішнього шару, характерна довжина хвилі L , максимальне відхилення a поверхні контакту між середнім та верхнім шарами, характерний час t , густина нижнього півпростору. Поклавши, що довжина L та характерна глибина H рівні між собою та дорівнюють товщині внутрішнього шару, отримали коефіцієнт нелінійності β рівний одиниці. Вважаємо, що коефіцієнт нелінійності α значно менший за одиницю, а значить, амплітуда хвилі значно менша за довжину цієї хвилі. Тому дана модель описує слабконелінійну тришарову систему з дисперсією.

Волков Ю.І.: Де в постановці математичної задачі враховано вплив поверхневого натягу? Поверхневий натяг на різних поверхнях контакту різний чи однаковий?

Луньова М.В.: Коефіцієнти, що визначають вплив поверхневого натягу зустрічаються в динамічній умові на нижній та верхній поверхнях контакту математичної постановки досліджуваної тришарової гідродинамічної системи. Для різних поверхонь контакту коефіцієнти поверхневого натягу набувають різних значень.

Акбаш К.С.: Яка точність обраного Вами методу дослідження?

Луньова М.В.: Через неоднорідну, шарувату структуру досліджуваної системи (коефіцієнти рівнянь різко змінюються при переході від однієї складової до іншої) чисельні методи для знаходження наближених розв'язків задачі про поширення та взаємодію хвильових пакетів у напівнескінченній тришаровій гідродинамічній системі застосовувати досить складно. Тому для дослідження обрано метод багатомасштабних розвинень, що належить до класу асимптотичних методів. Розв'язки знаходяться у вигляді ряду по степенях малого параметру α з коефіцієнтами, які залежать як від змінних x (які зазвичай називають повільними, або макроскопічними), так і від змінних t (швидких, або макроскопічних). Вже перше наближення дає похибку порядку

α/L , тут L – характерний розмір задачі. Побудова асимптотичного розв'язку задачі дозволяє для будь-якого цілого $n > 0$ досягнути точності $(\alpha/L)^n$.

Гуртовий Ю.В.: Поясніть, будь ласка, явище резонансу в контексті Вашої задачі.

Луцьова М.В.: Області резонансу другої гармоніки спостерігалися на нижній поверхні контакту в околі кривих, де коефіцієнт другої гармоніки набуває як завгодно великих значень, а також кривих, де спостерігається виродження тришарової системи у двошарову. Хочу відмітити, що виявлене явище не є фізичним резонансом, а скоріше наслідком методу і обумовлено нехтуванням в'язкості у математичній моделі задачі, а також тим, що при її розв'язанні не враховуються наближення вищих порядків. При цьому ефект резонансу другої гармоніки у значній мірі компенсується тим, що, у розв'язку для відхилень поверхонь контакту, друге наближення входить з множителем α , який є достатньо малою величиною.

Волков Ю.І.: Чому Ви обрали саме такий розв'язок еволюційного рівняння?

Луцьова М.В.: Отриманий розв'язок еволюційного рівняння залежить лише від часу і дає можливість знаходити розв'язок задачі про поширення та взаємодію хвильових пакетів вже після того, як встановиться баланс між дисперсією та нелінійністю.

Нарадовий В.В.: У своїй доповіді Ви представили результати дослідження модуляційної стійкості лише на нижній поверхні контакту. Чи досліджували Ви модуляційну стійкість на верхній поверхні контакту? Якщо так, то які результати Вами отримано?

Луцьова М.В.: Так нами проводилось дослідження модуляційної стійкості на верхній поверхні контакту для частоти хвильового пакету ω_2 . Чисельний аналіз знакосталості величин J та ω'' показав, що величина ω'' є від'ємною на всій області дослідження, а J змінює знак в залежності від параметрів системи. Діаграми побудовано на площині (ρ_3, k) для фізично прийнятних параметрів системи. В даному випадку було виявлено вузькі подібні до петель області МС, які відповідають гравітаційним хвилям для малих значень густини верхнього шару. В той же час на площині (ρ_2, k) не виявлено жодних областей МС.

Парашук С.Д.: Чому в своєму дослідженні Ви використали метод багатомасштабних розв'язків лише до третього порядку?

Луцьова М.В.: Застосування асимптотичних методів до задач про дослідження хвильових процесів у шаруватих рідинах є методологічно обґрунтованим і це підтверджує аналіз використаних джерел. Проте застосування таких методів призводить до громіздких аналітичних перетворень. Тому в цьому дисертаційній роботі проводилось дослідження лише перших трьох наближень, але уже зараз можна сказати, що внесок наступного наближення буде незначним.

Халецька З.П.: Яким чином Ви перевіряли достовірність отриманих Вами дисперсійного рівняння та його розв'язків?

Луцьова М.В.: Для підтвердження достовірності отриманих результатів було проведено порівняння з отриманими раніше результатами для двошарової

системи «півпростір - шар з твердою кришкою». Зокрема, проведено такий аналіз коренів дисперсійних рівнянь дво- та тришарової системи.

Отримано два граничних випадки для системи «півпростір – шар – шар з твердою кришкою». Перший граничний випадок виникає за умови рівності густин двох верхніх шарів $\rho_2 = \rho_3 = 0.9$. У цьому випадку маємо шар рідини обмежений згори твердою кришкою та рідкий півпростір під ним з поверхнею контакту η_1 . Побудовані графіки залежності кореня дисперсійного рівняння для двошарової системи ω_0 та коренів дисперсійного рівняння для тришарової системи ω_1, ω_2 від товщини верхнього шару h_3 . Побачили, що ω_1 співпадає з ω_0 на проміжку $h_3 = [-1, 0]$, а потім стає рівною нулеві, а ω_2 співпадає з ω_0 для всіх $h_3 > 0$. При цьому при збільшенні товщини верхнього шару ω_2 та ω_0 прямують до граничного значення, яке відповідає розв'язку дисперсійного рівняння для системи «півпростір - шар з твердою кришкою» з густинами ρ_3 та $\rho_1 = 1$.

Другий граничний випадок виникає за умови рівності густин двох нижніх шарів $\rho_1 = \rho_2 = 1$. У цьому випадку також маємо шар рідини обмежений згори кришкою та півпростір, але поверхня контакту двошарової системи η_2 . Проведено аналогічне дослідження, яке показало, що значення ω_2 і ω_0 співпадають на проміжку $h_3 = [0, \infty]$, а $\omega_1 = 0$, що і підтвердило достовірність отриманих результатів.

Хочу відмітити, що порівняльний аналіз частот від товщини верхнього шару показав співпадіння названих залежностей із зсувом на товщину середнього шару $h_2 = 1$, густина якого рівна 1, що також підтверджує достовірність, оскільки ці дві двошарові системи відрізняються товщиною верхнього шару на 1.

Нарадовий В.В.: Чим Ви пояснюєте наявність доданків $F_0A\bar{A}$ та $G_0A\bar{A}$ в формулах для відхилень поверхонь контакту?

Луцьова М.В.: Це можна пояснити наслідком моделі, оскільки модель, яку ми використали, є дещо ідеалізована і нескінченна по горизонтальній кривій.

Макарчук О.П.: Чи виконувались порівняння Ваших результатів з експериментальними або натурними даними?

Луцьова М.В.: Отримані результати в загальному носять теоретичних характер і можуть бути використані при побудові комп'ютерних моделей реальних середовищ, зокрема таких, які виникають в океані з шаруватою структурою за наявності льодового покриття, поблизу гирла річок, та у відкритому океані в областях суміжних з термоклинном. Тобто наші результати охоплюють широкий спектр параметрів, у тому числі і близьких до натурних.

Після відповідей на запитання було озвучено висновок наукового керівника – **доктора фізико-математичних наук, професора – Авраменко О.В.**

Проведене протягом 2016-2020 рр. дисертаційне дослідження відповідає вимогам актуальності, оригінальності, містить наукові положення, нові

науково обґрунтовані теоретичні результати, має істотне значення для теорії нелінійних хвильових процесів. Викладені здобувачем особисто сформульовані теоретичні положення, узагальнення та висновки розширюють і поглиблюють уявлення про хвильові процеси в шаруватих рідинах.

Автором дисертації використано значний обсяг наукових праць вітчизняних та зарубіжних вчених у формі наукової полеміки, здійснено ґрунтовний аналіз широкого кола результатів експериментів та натурних спостережень, використані в дисертації положення, ідеї та гіпотези інших авторів мають відповідні посилання та застосовані лише для підкріплення ідей здобувача.

Більшій обґрунтованості авторського аналізу сприяла впорядкована побудова структури роботи, яка характеризується логічною послідовністю і своєю завершеністю, доступністю для сприйняття не лише науковцями, а й майбутніми прикладними математиками. Варто позитивно оцінити намагання здобувача працювати на різних рівнях наукового дослідження – від фундаментального до науково-прикладного. Результати дослідження впливу поверхневого натягу має практичне застосування у розробках нових технологій з використанням шаруватих середовищ, які не перемішуються, що має перспективу застосування у створенні інноваційних рішень для різних галузей прикладної науки.

Основні наукові результати дисертації Луньової М.В. висвітлені в 11 наукових працях: 5 статей у виданнях, включених МОН України до переліку наукових фахових для спеціальності 113 Прикладна математика, одна з яких перевидана у зарубіжному науковому періодичному виданні (США); 6 наукових праць у збірниках наукових доповідей, оприлюднених на міжнародних та всеукраїнських науково-практичних конференціях та інших виданнях. Серед названих вище статей 3 опубліковані у виданнях, внесених до міжнародної наукометричної бази Scopus.

За час проведення дисертаційного дослідження Луньова М.В. зарекомендувала себе наполегливим, цілеспрямованим, сумлінним та відповідальним здобувачем, проявила такі риси науковця як: творче та якісне виконання плану дослідження; вміння самостійно вирішувати складні теоретичні та практичні завдання досліджуваної тематики; продемонструвала високий рівень спроможності аналізувати, прагнення до висунення оригінальних ідей та досягнення поставлених цілей.

У висновку науковий керівник зазначив, що дисертація Луньової М.В. є завершеною та самостійною роботою, яка претендує на високу оцінку і може бути рекомендована до захисту у спеціалізованій вченій раді.

Після цього слово було надано **рецензентам** наукової праці:

Доктор фізико-математичних наук, професор Плічко А.М. звернув увагу на високий рівень аргументації та мотивації представлених наукових досліджень. Також рецензент звернув увагу на велику кількість опрацьованої наукової літератури з вказаної тематики. Рецензент акцентував увагу на важливості та масштабності одержаних Луньовою М.В. результатів, а також їх впливу на подальший розвиток подібних досліджень. Давши позитивну оцінку

дисертаційному дослідженню, Плічко А.М. рекомендував до захисту дисертацію Луньової М.В. «Моделювання внутрішніх хвильових процесів у шаруватих рідинах» на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Кандидат фізико-математичних наук, доцент Гуртовий Ю.В. високо оцінив дисертаційні результати. Рецензент відзначив, що результати, одержані Луньовою М.В., є значним внеском у розвиток нелінійних хвильових процесів у системах з шаруватою структурою. Оцінивши в цілому дисертацію позитивно, Гуртовий Ю.В. рекомендував до захисту дисертацію Луньової М.В. «Моделювання внутрішніх хвильових процесів у шаруватих рідинах» на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

В обговоренні дисертаційного дослідження взяли участь:

Доктор фізико-математичних наук, професор Волков Ю.І. відзначив, що для дослідження обрана актуальна тема, яка має велике теоретичне і практичне значення. При дослідженні застосовано ряд методів, обраних автором з урахуванням специфіки поставленої мети, а також об'єкта і предмета дослідження.

Тема роботи досить актуальна, зміст роботи вказує на те, що дисертантка загалом успішно вирішила ті завдання, які вона ставила перед собою. Тому, враховуючи вищевикладене, дисертація Луньової Марії Валентинівни на тему «Моделювання внутрішніх хвильових процесів у шаруватих рідинах» відповідає вимогам, які пред'являються до дисертації, та може бути рекомендована до разової спеціалізованої вченої ради для попереднього розгляду і захисту на здобуття ступеня доктора філософії.

Кандидат технічних наук, доцент Нарadowий В.В. у своєму виступі підтримав попередніх доповідачів, акцентував увагу на глибокому змісті висновків. Підкреслив, що у процесі доповіді основних положень дисертаційного дослідження, а також під час відповідей на запитання, Луньова М.В. продемонструвала вміння узагальнювати, аналізувати, формулювати власні висновки.

Кандидат фізико-математичних наук, доцент Акбаш К.С. відзначила, що дисертація загалом справила позитивне враження, актуальність повністю підкреслена здобувачем, робота вирізняється якісною науковою новизною та є дійсно затребуваною практикою. Позитивним моментом роботи є вміння автора обґрунтовувати власну думку, проводити наукову дискусію із вченими, послідовно, логічно та системно викладати матеріал.

УХВАЛИЛИ:

Прийняти наступний висновок, щодо дисертаційної роботи Луньової М.В. на тему «Моделювання внутрішніх хвильових процесів у шаруватих рідинах», яка відповідає всім вимогам, що ставляться до дисертації, та може бути рекомендована до захисту в разовій спеціалізованій вченій раді за спеціальністю 113 Прикладна математика.

ВИСНОВОК

про наукову новизну, теоретичне та практичне значення
результатів дисертації на темі: «Моделювання внутрішніх хвильових
процесів у шаруватих рідинах»

Обґрунтування вибору теми дослідження. Основи теорії нелінійних хвиль були закладені ще XIX і були предметом дослідження багатьох видатних вчених, таких як Пуасон, Стокс, Релей, Бусінеск, Ріман. Проте бурхливий розвиток теорії нелінійних хвильових процесів припав на другу половину XX століття і пов'язаний зі створенням потужного математичного апарату, який дозволив здійснити точні аналітичні виведення ряду нелінійних рівнянь в частинних похідних, та розвитком обчислювальної техніки, що дозволило безпосередньо підійти до пошуку розв'язків цих рівнянь. Вивченню теорії внутрішніх хвиль, їх експериментальному дослідженню та натурним спостереженням присвячені роботи А. Найфе, А. Ньюелла, В. Чої, Х. Оно, Х. Хасімото, Г. Юена, В.Є. Захарова, І.Т. Селезова, О.Г. Стеценка та ін.

Як відомо основними механізмами поширення хвиль у рідинах є дисперсія та нелінійність. Дисперсія призводить до згладжування форми хвильового пакету, тоді як нелінійність приводить до загострення форми хвилі, і як наслідок, її перекидання або колапсу. Найбільш цікаве явище спостерігається в момент рівноваги цих ефектів, коли виникає локалізована хвиля (солітон), або солітон обвідної (для випадку слабконелінійного дисперсійного середовища).

У випадку тришарової рідини, коли верхній шар обмежений твердою кришкою, середній шар має скінчену глибину, а товщина нижнього шару прямує до нескінченості, важливою характеристикою системи є співвідношення глибин цих шарів, а також стрибки значень їх густини. Ці параметри можуть істотно впливати на фізичні механізми, відповідальні за дисперсію та нелінійні ефекти, а отже і на стійкість та еволюцію хвильових пакетів при їх поширенні вздовж поверхонь контакту.

В математичній теорії поверхневих та внутрішніх хвиль напрацьована значна кількість методів кількісного і якісного аналізу явищ, які виникають в стратифікованих рідинах. Серед них інтенсивного розвитку набули асимптотичні підходи до дослідження явищ нелінійного поширення хвильових пакетів. Зокрема, широкого розповсюдження одержали різні варіанти асимптотичних підходів Буссінеска, Д.Кортевега і Г. де Вріза, К.Фрідрікса, В.Є.Захарова та ін. Математичні методи та моделі, які добре себе зарекомендували на практиці, відображені в роботах Дж. Стокера, Дж. Лайтхілла, Дж. Уізема, О. Філлпса, Л.В. Овсяннікова, О.С. Лимарченко та ін.

Хвильові процеси у шаруватих гідродинамічних системах, зокрема двошарових, у рамках слабконелінійної моделі, вивчались І.Т.Селезовим, О.В.Авраменко, Ю.В.Гуртовим та В.В.Нарадовим. Методом багатомасштабних розвинень були отримані еволюційні рівняння обвідних на поверхнях контакту рідких шарів у формі нелінійного рівняння Шредінгера, досліджено особливості модуляційної стійкості, а також проаналізовано вплив

геометричних та фізичних параметрів на енергетичні та інших характеристик системи.

Розглянута в дисертації математична модель тришарової гідродинамічної системи, заснована на балансі дисперсії та нелінійності, має досить загальний характер і може бути використана в різних областях природознавства від фізики й прикладної математики до біології. Зокрема, розв'язання задач про поширення хвиль у системах з шаруватою структурою має застосування в океанології, біомеханіці, гідравліці та ін. Ці дослідження дозволять не тільки моделювати реальні фізичні хвильові процеси, а також застосувати їх для розробки чисельних досліджень та створення теоретичної бази для експериментів. Актуальність даної роботи зумовлена необхідністю вивчення фізичних процесів у тришаровій рідкій системі з дисперсією, еволюції та стійкості обвідної в залежності від фізичних та геометричних параметрів системи.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційну роботу було виконано в межах індивідуального плану роботи аспіранта та в рамках дослідження, яке здійснене у Центральноукраїнському державному педагогічному університеті імені Володимира Винниченка за темою «Прикладна математика у дослідженні складних систем з детермінованими та стохастичними процесами» (номер державної реєстрації 0116 U 005271).

Мета і завдання дослідження. Мета дисертаційної роботи полягає в отриманні нових аналітичних співвідношень між основними характеристиками хвильового руху у тришаровій гідродинамічній системі «півпростір – шар – шар з твердою кришкою» та виявленні фізичних ефектів і закономірностей поширення та взаємодії хвильових пакетів у рамках слабконелінійної моделі з використанням методу багатомасштабних розвинень засобами пакетів символічних обчислень. Для досягнення поставленої мети, потрібно вирішити наступні завдання:

- Провести аналіз та класифікацію наявних підходів до моделювання хвильових процесів у шаруватих рідких системах. Побудувати слабконелінійну модель та три її лінійних наближення.
- Отримати нові аналітичні результати у нелінійній гідромеханіці, зокрема, вивести еволюційні рівняння обвідних хвильових пакетів на поверхнях контакту гідродинамічних середовищ з різними властивостями у вищих наближеннях, використавши для цього методологічно обґрунтований метод багатомасштабних наближень та засоби пакетів символічних обчислень.
- Виявити умови модуляційної стійкості хвильового руху в залежності від геометричних та фізичних параметрів гідродинамічної системи «півпростір – шар – шар з твердою кришкою» з урахуванням сил поверхневого натягу на поверхнях контакту.
- Виявити нові фізичні закономірності та ефекти, характерні для внутрішніх хвиль тришарової напівнескінченної рідкої системи та оцінити перспективи практичного застосування теоретичних результатів, зокрема, оцінити енергію, яку переносять внутрішні хвилі, виявити особливості форми хвильових пакетів та умови проходження внутрішніх хвиль.

Об'єктом дослідження є хвильові процеси у рідких стратифікованих середовищах.

Предметом дослідження є моделювання хвильових пакетів у тришаровій напівнескінченній гідродинамічній системі з твердою кришкою.

Методи дослідження. Методологічну основу дисертації становить сукупність загальнонаукових методів пізнання, метод математичного моделювання та метод багатомасштабних розвинень, використання яких сприяло вирішенню сформульованих завдань і досягненню мети дисертаційного дослідження. *Метод багатомасштабних розвинень* надав змогу отримати в явному вигляді складові розв'язку у першому та другому наближеннях, а також умови розв'язності задач вищих наближень, що, в свою чергу, дозволило вивести еволюційні рівняння, дослідити форму та структуру хвильового пакету, умови проходження хвиль, стійкість хвильових пакетів та інші характеристики хвильового руху (розділи 1, 2, 3). *Метод порівняння*, застосований до отриманих розв'язків задачі першого наближення та відомого розв'язку дисперсійного рівняння, отриманого при дослідженні задачі про поширення хвиль у двошаровій гідродинамічній системі, надав підстави вважати отримані результати фізично достовірними (підрозділ 2.2.2, 3.4). *Метод аналізу та синтезу* використано для дослідження впливу фізичних та геометричних параметрів на хвильовий рух у гідродинамічній системі (розділи 1, 2, 3). *Метод комп'ютерного моделювання* надав змогу отримати нові знання про хвильові процеси у тришаровій гідродинамічній системі та наближено оцінити поведінку хвильового руху при різних значеннях фізичних та геометричних параметрів цієї системи (розділи 2, 3).

Наукова новизна отриманих результатів. Побудовано перші три наближення математичної моделі нової слабконелінійної задачі про поширення хвиль у тришаровій гідродинамічній системі «півпростір – шар – шар з твердою кришкою» з урахуванням поверхневого натягу на поверхнях контакту.

Отримано дисперсійне співвідношення першого наближення слабконелінійної задачі, виявлено дві пари коренів, проведено аналіз умови проходження внутрішніх хвиль у даній тришаровій системі. Виявлені якісні та кількісні характеристики взаємодії внутрішніх хвиль у першому наближенні.

В пакеті символічних обчислень створено програмний код, для виведення основних аналітичних виразів у другому і третьому наближенні та знаходження невідомих коефіцієнтів у розв'язках.

Отримано умову розв'язності другого наближення та його розв'язки. Проведено аналіз форм хвильових пакетів на основі отриманих значень амплітуд другої гармоніки. Виявлено умови змін їх форми, які виникають у момент встановлення балансу між нелінійністю та дисперсією. Зокрема, області гасіння другої гармоніки та області істотного впливу другої гармоніки на форму поверхні контакту.

Виявлені характерні особливості резонансу другої гармоніки, що дало змогу визначити область застосування методу багатомасштабних розвинень до задачі про поширення хвильових пакетів в тришаровій системі «півпростір – шар – шар з твердою кришкою».

Виведено еволюційні рівняння для обвідних хвильового пакету на поверхнях контакту у рамках слабконелінійної моделі рідкої системи «півпростір – шар – шар з твердою кришкою» у вигляді нелінійних рівнянь Шредінгера на основі дисперсійного співвідношення та умов розв'язності задачі другого і третього наближення.

Вперше виявлено та чисельно досліджено умову стійкості гравітаційно-капілярних хвиль у задачі про поширення хвильових пакетів, що розглядається. Виявлено суттєвий вплив коефіцієнтів поверхневого натягу на області модуляційної стійкості. Зокрема, у випадку відсутності поверхневого натягу на обох поверхнях контакту, спостерігається збільшення площі області модуляційної нестійкості зі збільшенням значення товщини верхнього шару, чого не спостерігалось для випадку наявності поверхневого натягу хоча б на одній із поверхонь контакту або обох одночасно.

Проведено аналіз енергетичної складової хвильового руху в залежності від хвильового числа. Виявлено, що енергія гравітаційних хвиль зростає зі збільшенням товщини верхнього шару лише до певного значення, подальше збільшення товщини вже не має істотного впливу на енергію.

Практичне значення отриманих результатів. Хоча результати дисертаційної роботи і носять теоретичний характер, проте в них, в значній мірі, враховані сучасні проблеми моделювання хвильових процесів, які виникають в практичній діяльності, зокрема таких, які виникають в океані з шаруватою структурою за наявності льодового покриття. Як відомо, такі явища можна спостерігати поблизу гирла річок, а також у відкритому океані в областях, суміжних з термокліном. Вивчення впливу поверхневого натягу має практичне застосування у розробках нових технологій з використанням незмішуваних шаруватих середовищ, що має перспективу застосування у створенні інноваційних рішень для різних галузей прикладної науки.

Апробація результатів дослідження. Викладені в роботі результати були обговорені в різний час на таких наукових конференціях і семінарах: «Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях» (Харків, 25-26 квітня 2017 р.), XII Всеукраїнська студентська наукова конференція «Сучасні проблеми фізико-математичних наук та методики їх викладання» (Ніжин, 27-29 квітня 2017 р.), XIII Всеукраїнська студентська наукова конференція «Перспективи розвитку точних наук, економіки та методики їх викладання» (Ніжин, 26-27 квітня 2018 р.), «Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях» (Харків, 15-16 березня 2019 р.), XV Всеукраїнська студентська наукова конференція «Перспективи розвитку точних наук, економіки та методики їх викладання» (Ніжин, 4-5 грудня 2019 р.); результати дослідження неодноразово обговорювались на семінарі «Математика, її застосування та викладання» (Центральноукраїнський державний педагогічний університет ім. В. Винниченка).

Публікації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковані в 11 друкованих працях, у тому числі 5 публікацій у наукових фахових виданнях України із низ 3 у виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз даних та 5 тезах доповідей на конференціях.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається з анотації, вступу, трьох розділів, висновку і списку використаних джерел із 125 найменувань та додатків. Загальний обсяг дисертації – 125 сторінок, 44 рисунки.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ,

Основні наукові результати дисертації

1. Avramenko O., Lunyova M., Naradovyi V. Wave propagation in a three-layer semi-infinite hydrodynamic system with a rigid lid. // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2017. Vol. 5, Issue 5 (89). P. 58–66. doi: 10.15587/1729-4061.2017.111941 (Scopus)
2. Avramenko O., Lunyova M. Analysis of energy of internal waves in a three-layer semi-infinite hydrodynamic system. // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. Vol. 2, Issue 5 (92). P. 26–33. doi: 10.15587/1729-4061.2018.128641. (Scopus)
3. Авраменко О.В., Луньова М.В. Наратовий В.В., Селезов І.Т. Умови поширення хвиль у напівнескінченній тришаровій гідро-динамічній системі з твердою кришкою. // *Мат. методи та фіз.-мех. поля*. 2017. – 60, № 4. – С. 137–151.
Теж саме: Avramenko O.V.; Naradovyi V.V., Lunyova M.V., Selezov I.T. Conditions of Wave Propagation in a Semiinfinite Three-Layer Hydrodynamic System with Rigid Lid. // *Journal of Mathematical Sciences*. – 2020. – 247 (1). – P. 173-190. doi: 10.1007/s10958-020-04795 (Scopus)
4. Авраменко О.В., Луньова М.В. Аналіз форми хвильових пакетів у тришаровій гідродинамічній системі «півпростір – шар – шар з твердою кришкою». // *Мат. методи та фіз.-мех. поля*. 2019. – 62, № 3. – С. 127-142.
5. Авраменко О., Луньова М. Модуляційна стійкість хвильових пакетів у тришаровій гідродинамічній системі. // *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Математика. Механіка*. – 2019. – Вип. 1. – С. 30-35.

Тези наукових доповідей

6. Авраменко О.В., Луньова М.В. Візуалізація поширення хвиль у напівнескінченній тришаровій гідродинамічній системі з твердою кришкою. // XII Всеукраїнська студентська наукова конференція “Сучасні проблеми фізико-математичних наук та методики їх викладання”: матеріали конференції. – Ніжин: НДУ ім. М. Гоголя, 2017. – С. 3-4.
7. Луньова М.В. Моделювання поширення хвиль у напівнескінченній тришаровій гідродинамічній системі з твердою кришкою. // *Современные проблемы математики и ее приложения в естественных науках и информационных технологиях / Под редакцией профессора Жолткевича Г.Н.* – Х.: ХНУ имени В.Н. Каразина, 2017. – С. 22-23.
8. Луньова М.В., Богданов В.І. Аналіз енергії хвильового руху тришарової гідродинамічної системи. Вироджені випадки. // XIII Всеукраїнська студентська наукова конференція “Перспективи розвитку точних наук, економіки та методики їх викладання”: матеріали конференції. – Ніжин: НДУ ім. М. Гоголя, 2018. – С. 188-190.

9. Авраменко О.В., Луньова М.В. Еволюційні рівняння для обвідних хвильових пакетів у напівнескінченній тришаровій рідині. // Сучасні проблеми математики та її застосування в природничих науках та інформаційних технологіях: Збірка матеріалів XIV міжнародної наукової конференції для молодих вчених / Під ред. проф. Жолткевича Г.М. – Х.: ХНУ імені В.Н. Каразіна, 2019. – С. 42-43.
10. Авраменко О.В., Луньова М.В. Аналіз умов хвилеутворення в тришаровій гідродинамічній системі «півпростір – шар – шар з твердою кришкою». // XV Всеукраїнська студентська наукова конференція «Перспективи розвитку точних наук, економіки та методики їх викладання»: матеріали конференції. – Ніжин: НДУ ім. М. Гоголя, 2019. – С. 3.

Статті у наукових виданнях України, що додатково відображають результати дисертації

11. Гринько А.Р., Луньова М.В. Використання математичного пакету Maple для аналізу енергії хвиль у тришаровій гідродинамічній системі. // Наукові записки молодих учених. 2018. – № 1. URL: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1421>

Характеристика особистості здобувача. Луньова Марія Валентинівна народилась у м. Кіровоград, Україна. У 2015 році закінчила Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка та отримала диплом спеціаліста з відзнакою за спеціальністю 7.04030201 «Інформатика».

Із липня 2015 року по теперішній час працює на посаді старшого лаборанта кафедри прикладної математики, статистики та економіки Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Мови: українська, російська, англійська. Автор більше 10 наукових публікацій з питань гідродинаміки.

Оцінка мови та стилю дисертації. Дисертація написана з правильним вживанням математичної термінології. Стиль викладення в дисертації матеріалів дослідження і висновків забезпечують легкість і доступність їх сприйняття.

У результаті попередньої експертизи дисертації Луньової М.В. і повноти публікацій основних результатів дослідження

УХВАЛЕНО:

1. Затвердити висновок про наукову новизну, теоретичне та практичне значення результатів дисертації Луньової М.В. на тему «Моделювання внутрішніх хвильових процесів у шаруватих рідинах».

2. Визнати, що за актуальністю, ступенем новизни, обґрунтованістю, науковою та практичною цінністю здобутих результатів дисертація Луньової М.В. відповідає спеціальності 113 Прикладна математика та вимогам Порядку підготовки здобувачів вищої освіти ступеня доктора філософії та

доктора наук у вищих навчальних закладах (наукових установах) затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 23 березня 2016 року № 261 (зі змінами і доповненнями від 03 квітня 2019 року № 283), п. 10 Порядку проведення експерименту з присудження ступеня доктора філософії затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 06 березня 2019 року № 167.

3. Рекомендувати дисертацію Луньової М.В. на тему «Моделювання внутрішніх хвильових процесів у шаруватих рідинах» до захисту на здобуття ступеня доктора філософії у разовій спеціалізованій раді за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Рецензент:

професор кафедри прикладної математики,
статистики та економіки
Центральноукраїнського державного
педагогічного університету
імені Володимира Винниченка,
доктор фізико-математичних наук, професор

А.М. Плічко

Рецензент:

доцент кафедри прикладної математики,
статистики та економіки
Центральноукраїнського державного
педагогічного університету
імені Володимира Винниченка,
кандидат фізико-математичних наук, доцент

Ю.В. Гуртовий

Голова фахового семінару,
професор кафедри математики
Центральноукраїнського державного
педагогічного університету
імені Володимира Винниченка,
доктор фізико-математичних наук, професор

Ю.І. Волков

