1. Якщо $x = 2 + \frac{z}{y}$, то $y =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{z}{x+2}$	$\frac{x+2}{z}$	$\frac{x-2}{z}$	$\frac{x-z}{2}$	$\frac{z}{x-2}$

2. Обчислити $log_3 5 log_5 9$

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

3. Знайдіть первісну функції $f(x) = x^4$, графік якої проходить через точку А(-1;0)

А	Б	В	Г	Д
$\frac{x^2-5}{5}$	$\frac{x^5-1}{5}$	$\frac{x^5+1}{5}$	$\frac{x^5+5}{5}$	$\frac{x^5}{5}$

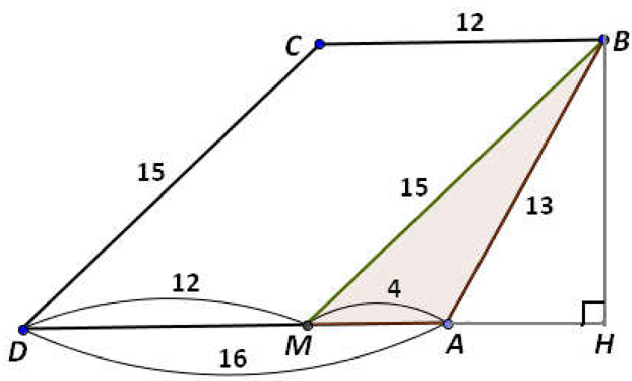
4. Знайдіть найменший додатний корінь рівняння $cosx = log_3 \frac{1}{\sqrt{3}}$

А	Б	В	Г	Д
$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/4$	$2\pi/3$	$5\pi/6$

5. Бічне ребро похилої призми дорівнює $2\sqrt{2}$см і нахилене до площини основи під кутом 45°. Знайдіть проекцію бічного ребра на площину основи (см).

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{2}$	2	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$

6. У трапецію, основи якої дорівнюють 12 і 16 см, а одна з бічних сторін 15 см, вписано коло. 1) Обчисліть радіус вписаного кола. 2) Обчисліть площу трапеції.



Розв'язання.

1. Знайдемо висоту трапеції.

2. Знаючи висоту, отримаємо відповідь і на перше, і на друге питання задачі.

Оскільки у трапецію вписано коло, то суми протилежних сторін рівні, а тому 12+16=15+*x*, звідки *x*=13. Відтинаємо від трапеції паралелограм зі сторонами 12 і 15 см, лишається трикутник зі сторонами 4, 13 і 15 см.

Для відшукання висоти трикутника, використаємо метод площ. За формулою Герона знайдемо площу:

$p = \frac{1}{2}(13+15+4) = 16$ см,

$S = \sqrt{16 \cdot (16-15) \cdot (16-13) \cdot (16-4)} = \sqrt{16 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 12} = 24$ см^2, тоді

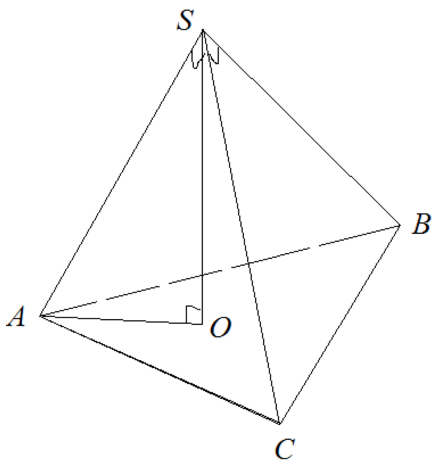
висота $h = BH = \frac{2S}{AM} = \frac{2 \cdot 24}{4} = 12$ см.

А тоді $r=\frac{h}{2}=6$ см, $S=\frac{12+16}{2}\cdot 12=168$ см^2.

Відповідь: 6 см; 168 см^2.

7. У правильній трикутній піраміді всі плоскі кути при вершині прямі, а бічне ребро рівне 10. Знайдіть об'єм піраміди

Розв'язання.



Об'єм піраміди шукаємо по формулі $V=\frac{1}{3}S_o h$

Оскільки SAC - прямокутний рівнобедрений трикутник, то за теоремою Піфагора $AC=\sqrt{SA^2+SB^2}=\sqrt{100+100}=10\sqrt{2}см$

Нескладно знайти площу рівностороннього трикутника ABC:

$$S_o=\frac{AC^2\sqrt{3}}{4}=\frac{200\sqrt{3}}{4}=50\sqrt{3}$$

Оскільки AO є радіусом кола описаного навколо рівностороннього трикутника ABC, то

$$AO=R=\frac{AC\sqrt{3}}{3}=\frac{10\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{3}$$

З трикутника SOA за теоремою Піфагора

$$h=SO=\sqrt{AS^2-AO^2}=\sqrt{100-\frac{100\cdot 2\cdot 3}{9}}=$$

$$=\sqrt{100-\frac{200}{3}}=\sqrt{\frac{100}{3}}=\frac{10}{\sqrt{3}}$$

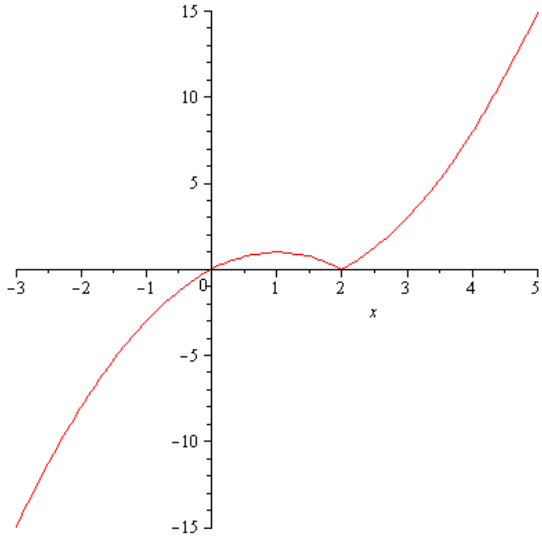
Тоді об'єм рівний

$$V=\frac{1}{3}S_o h=\frac{1}{3}\cdot 50\sqrt{3}\cdot\frac{10}{\sqrt{3}}=\frac{500}{3}$$

8. Побудуйте графік функції $y=x|2-x|$.

Розв'язання. Для побудови слід розкрити модуль

$$y=x|2-x|=\begin{cases}x(2-x), 2-x\geq 0\\ -x(2-x), 2-x<0\end{cases}=\begin{cases}2x-x^2, x\leq 2\\ -2x+x^2, x>2\end{cases}$$



9. Розв’яжіть систему рівнянь: $\begin{cases} \sqrt{x-2y+1}=2, \\ \sqrt{3-x+2y}=x+y \end{cases}$.

Розв’язання. Піднесемо перше рівняння до квадрату $\sqrt{x+y-1}=1 \Rightarrow x-2y=3$. Тоді з другого рівняння матимемо $\sqrt{3-x+2y}=\sqrt{3-(x-2y)}=0 \Rightarrow x+y=0$.

Маємо систему $\begin{cases} x-2y=3, \\ x+y=0. \end{cases}$

Розв’язавши яку отримаємо $x=1, y=-1$.

10.Доведіть, що число

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$$

є натуральним.

Розв’язання. Є натуральним.

Кожен доданок представимо у виді

$$\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{(\sqrt{n}+\sqrt{n+1})(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}.$$

Тоді

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}=$$

$$=\sqrt{2}-\sqrt{1}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+\cdots+\sqrt{100}-\sqrt{99}=\sqrt{100}-\sqrt{1}=9$$